

Escuela Agrícola Panamericana, Zamorano
Departamento de Administración de Agronegocios
Ingeniería en Administración de Agronegocios



Proyecto Especial de Graduación
Desarrollo de un modelo de programación lineal para optimizar la línea
de leches fluidas en la Planta de Lácteos Zamorano

Estudiante

Ricardo Debray Enríquez Semanate

Asesores

Rommel Rigoberto Reconco Euceda, M.A.E.

José Luis Vargas Bográn, M.Sc.

Honduras, julio 2022

Autoridades

TANYA MÜLLER GARCÍA

Rectora

ANA MAIER ACOSTA

Vicepresidenta y Decana Académica

RAUL A. SOTO D.

Director Departamento de Administración de Agronegocios

HUGO ZAVALA MEMBREÑO

Secretario General

Contenido

Índice de Cuadros.....	5
Índice de Figuras	6
Índice de Anexos.....	7
Resumen	8
Abstract.....	9
Introducción.....	10
Metodología.....	14
Descripción del Modelo de Producción	14
Determinación de la Función Objetivo	14
Determinación de las Variables de Decisión.....	14
Determinación del Conjunto de Restricciones	14
Construcción del Modelo de Programación Lineal	14
Resultados y Discusión.....	16
Descripción del Modelo de Producción	16
Determinación de la Función Objetivo	21
Determinación de las Variables de Decisión.....	22
Determinación del Conjunto de Restricciones	23
Restricción con Respecto a la Disponibilidad de Materia Prima	23
Restricción en Demanda (Mensual).....	23
Restricción en Demanda Máxima (Diaria)	23
Restricción en Demanda Mínima (Diaria).....	24
Construcción del Modelo de Programación Lineal	25
Planteamiento de las Variables de Decisión	25

Planteamiento de la Función Objetivo	26
Planteamiento de las Restricciones	26
Aplicación del Software (Solver)	30
Análisis de Resultados.....	36
Conclusiones	38
Recomendaciones.....	39
Referencias.....	40
Anexos.....	41

Índice de Cuadros

Cuadro 1 Formulación de Leche Descremada	16
Cuadro 2 Formulación de Leche Semidescremada.....	17
Cuadro 3 Formulación de Leche Sabor Chocolate	18
Cuadro 4 Formulación de Leche Sabor Vainilla	19
Cuadro 5 Formulación de Leche Sabor Fresa.....	20
Cuadro 6 Lista de Soluciones Usando Solver	34
Cuadro 7 Resultados del Análisis de Resultados.....	36

Índice de Figuras

Figura 1 Diagrama de Flujo para la Elaboración de Leche Descremada	17
Figura 2 Diagrama de Flujo para la Elaboración de Leche Semidescremada	18
Figura 3 Diagrama de Flujo para la Elaboración de Leche Sabor Chocolate.....	19
Figura 4 Diagrama de Flujo para la Elaboración de Leche Sabor Vainilla	20
Figura 5 Diagrama de Flujo para la Elaboración de Leche Sabor Fresa	21
Figura 6 Planteamiento de Cuadro con Columnas de Transferencia, Actividades y Restricciones	30
Figura 7 Parámetros de Solver	31
Figura 8 Combinación Óptima de Actividades.....	32

Índice de Anexos

Anexo A Densidad de Algunos Productos Lácteos.....	41
Anexo B Densidad de la Leche y Algunos Productos Lácteos	42

Resumen

El presente proyecto de investigación tiene como finalidad desarrollar un modelo de programación lineal en la maximización de las utilidades de la Planta de Lácteos Zamorano, que produce seis líneas de productos lácteos. Haciendo uso de la herramienta Solver en Excel se consiguió obtener la combinación óptima la cual maximice el margen de utilidades de la línea de leches fluidas, cumpliendo con todas las restricciones presentes en el proceso de producción. Esto permitió reconocer variables y restricciones que fueron aplicadas en la elaboración del modelo matemático, con la implementación de la herramienta Solver y, una vez realizado el análisis de resultados, se determinó las presentaciones donde se deben tomar las decisiones de producción para que se haga posible la maximización de las utilidades. La solución de la programación en Solver dejó la combinación óptima para la producción diaria en la línea de leches fluidas, la cual está dada por la siguiente función: Maximizar utilidades = $84X_1 + 77X_2 + 7X_3 + 94X_4 + 238X_5 + 91X_6 + 163X_7 + 658X_8 + 113X_9 + 181X_{10} + 89X_{11} + 3X_{12} + 96X_{13} + 3X_{14} + 48X_{15} + 10X_{16}$. Los modelos de programación lineal son más fáciles de definir y plantear que los no lineales, permitiendo trabajar de manera eficiente con mayor número de variables de decisión y adaptándose mejor al tratamiento algorítmico de las computadoras.

Palabras clave: Leche fluida, maximizar utilidades, modelo matemático.

Abstract

The purpose of this research project is to develop a linear programming model for the profit maximization of the Zamorano Dairy Plant, which produces six lines of dairy products. The objective was to maximize the profit margin of the fluid milk line. Using the Solver tool in Excel, it was possible to obtain the optimal combination that maximizes the profit margin of the fluid milk line, complying with all the restrictions present in the production process. This allowed the recognition of the variables and restrictions that were applied in the elaboration of the mathematical model, with the implementation of the Solver tool and, once the analysis of results was done, the categories and presentations where the production decisions should be taken to maximize profits were determined. The solution of the programming in Solver left the optimal combination for the daily production in the fluid milk line, which is given by the following function: Maximize profits = $84X_1 + 77X_2 + 7X_3 + 94X_4 + 238X_5 + 91X_6 + 163X_7 + 658X_8 + 113X_9 + 181X_{10} + 89X_{11} + 3X_{12} + 96X_{13} + 3X_{14} + 48X_{15} + 10X_{16}$. Linear programming models are easier to define and to propose than nonlinear ones, allowing to work efficiently with a larger number of decision variables and better adapting to the algorithmic treatment of computers.

Keywords: Fluid milk, mathematical model, profit maximization.

Introducción

El sector lácteo ha tenido una principal importancia que alude el conjunto de prácticas, saberes y valores que han sido transmitidos de generación en generación en la producción de agroindustrias a nivel mundial. La leche por ser uno de los alimentos más completos en el contexto dietético mundial su nivel de consumo es considerado como un indicador de nivel de vida de la población. La Organización Mundial de la Salud (1994), define la “calidad de vida” como la percepción del individuo sobre su posición en la vida dentro del contexto cultural y también con el consumo de productos en su dieta diaria.

El consumo per cápita de leche y los productos lácteos tienen un nivel más alto en los países más desarrollados, sin embargo, la diferencia que existe con otros países los cuales se encuentran en vías de desarrollo está reduciendo con el paso de los años, no obstante, la demanda de leche y productos basados en esta sustancia está creciendo debido al aumento de ingresos, la urbanización de estos, el crecimiento demográfico, además de ciertos cambios en sus regímenes alimentarios de los países desarrollados (Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura [FAO], 2021).

La leche es considerada como un alimento básico y equilibrado por su alto contenido de nutrientes en relación con su aporte calórico, es por ello por lo que tiene una buena densidad nutricional para la dieta humana. La grasa presente en la leche de vaca varía entre 3.4 y 5.5%, esta influye directamente tanto en el sabor de la leche como en la constitución de sus productos derivados. Además, sirve como medio de transporte para las vitaminas A, D, E y K. La proteína presente representa el 3 – 4.3% de la composición total de la leche. La principal proteína de la leche es la caseína, una proteína de alto valor biológico y con varias utilidades. Los azúcares presentes en la leche (3.8 – 4.6%) se encuentran en forma de lactosa. Por otro lado, también contiene minerales (1%), resaltando el calcio, fósforo y algunas trazas de vitaminas (Moncada Lainez, 2017).

En la categoría de productos lácteos se ubican aquellos que en su formulación poseen como ingredientes: leche, suero de leche, cremas, caseína y fermentados. Se destacan principalmente por poseer un mayor nivel nutritivo y funcional que ayudan en la elaboración de otros alimentos o bebidas procesadas. Además, algunos ingredientes lácteos suelen ser usados para la elaboración de derivados con alto nivel de proteína, calcio y nutrientes los cuales son brindados en dietas de mujeres, ancianos, niños y atletas de alto rendimiento.

La Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación (FAO) aconseja ingerir un aproximado de al menos 190 litros de leche por persona por año. LACTHOSA, empresa hondureña que tiene el objetivo de distribuir y comercializar leche y sus derivados, está impulsando un programa que tiene como fin promover en Honduras el consumo de leche de 80 litros a 120 litros en los últimos 10 años, colocando a Honduras en el décimo lugar a nivel de Latinoamérica (Lácteos de Honduras S.A. [LACTHOSA], 2020).

En la planta de lácteos Zamorano se procesan en promedio 5,000 litros de leche diarios pudiendo tener variaciones considerables en el volumen de leche que es entregada a la planta para elaborar 85 productos en sus 6 líneas de producción. En esta planta se realizan diversas actividades las cuales se encuentran ubicadas en diferentes áreas, como son: estaciones de recibo de leche, laboratorio de control de calidad, pasteurizado, elaboración de quesos, elaboración de helados y yogurt, empaque de fluidos, empaque de quesos y distribución del producto terminado (Zamorano, 2018).

La programación lineal (optimización lineal), busca hallar una solución ideal al problema presentado con un conjunto de relaciones lineales. Este método es usado muy a menudo para dar solución a los problemas de productividad que suelen presentarse en empresas, las cuales buscan optimizar sus recursos de acuerdo con la satisfacción de ciertas restricciones (recursos limitados o costosos). Es un modelo matemático que tiene como fin el optimizar, sea el caso de maximizar o

minimizar funciones lineales, buscando mejorar una función objetivo que también es lineal (Salazar López, 2019).

Las restricciones en un problema de programación lineal nos indican uno o varios factores que impiden una libertad en el momento de seleccionar las variables para la toma de decisiones, la mejor forma de hallar esas restricciones es colocarse en un ámbito hipotético en el cual se busca dar un valor infinito a las variables de decisión que se presenten (Salazar López, 2019).

Un modelo de optimización es aquel que mediante una representación matemática presenta un problema previo a resolver, en este mismo se conoce el nivel de impacto de cada variable y de esta forma se busca encontrar el valor mínimo o máximo para lograr cumplir con la función objetivo: costo, ventas, nivel de servicio, entre otros.

Se conoce que la Planta de Lácteos Zamorano podría optimizar la leche como materia prima y generar productos que maximicen las oportunidades de aprendizaje para los estudiantes que pasan por la planta en sus actividades de Aprender Haciendo y al mismo tiempo maximizar su utilidad económica. El presente estudio tiene como fin optimizar la línea de leches fluidas que se realizan en la Planta de Lácteos Zamorano, mediante el desarrollo de un modelo de programación lineal, impulsando la excelencia y desarrollo continuo de la calidad en sus actividades, además, buscando mejorar el margen de rentabilidad de la 1ra línea de producción, la cual es leches fluidas.

El estudio se realizará en las instalaciones de la Planta de Lácteos, ubicada en la Escuela Agrícola Panamericana Zamorano. Su alcance es identificar las diversas deficiencias en la elaboración de los productos lácteos que se producen en la planta y de esta manera brindar una solución óptima. Además, se busca mejorar el nivel en la gestión de la materia prima para optimizar el desempeño en cuanto a tiempo, costos y demanda de los productos lo cual está vinculado también con el objetivo principal del estudio.

Los productos lácteos realizados en la planta son determinados con base a la demanda de sus consumidores, además, las preferencias de los consumidores cambian con el tiempo y el resultado no

siempre va a ser el mismo con base a los periodos de tiempo y la cantidad demandada podría subir o bajar.

Uno de los factores limitantes de este estudio fue la herramienta Solver, ya que este tiene un número limitado de productos y variables que puede simular. Es por ello por lo que en este estudio se evaluó la línea de leches fluidas, considerando diversas categorías y presentaciones de esta línea de producción, teniendo un total de 15 productos.

El presente estudio tiene como objetivo:

Desarrollar un modelo de programación lineal al problema de maximizar las utilidades de la Planta de Lácteos Zamorano, mediante el planteo de cada una de las restricciones y la utilización de la herramienta Solver para así hallar la combinación óptima que genere la mayor utilidad satisfaciendo todas las restricciones.

Documentar el flujo de proceso de cada uno de los productos lácteos elaborado en la línea de producción de leches fluidas para determinar el flujo de leche requerido por cada producto.

Plantear la función objetivo y cada una de las variables de decisión del problema en la Planta de Lácteos Zamorano.

Reconocer cada una de las restricciones relacionadas a la producción de leches fluidas.

Obtener la combinación óptima de leches fluidas mediante el uso de la herramienta Solver.

Metodología

Descripción del Modelo de Producción

Antes de formular el modelo se recurrió a obtener la información que se maneja en la Planta de Lácteos Zamorano sobre su proceso de producción. Posterior a ello, se realizó un diagnóstico general sobre el sistema de producción para identificar el flujo que sigue cada producto. Con estos datos obtenidos, se procedió a documentar el flujo de proceso y de esta manera se determinó las variables que afectan la utilidad de los productos lácteos.

Determinación de la Función Objetivo

Para formular la función objetivo, se necesitó encontrar la combinación óptima de productos de leches fluidas que se elaboran en la planta, de esta forma se consiguió maximizar las utilidades al obtener la cantidad ideal de producción diaria.

Determinación de las Variables de Decisión

Se determinaron correctamente las diferentes presentaciones de los productos lácteos elaborados en la línea de leches fluidas las cuales fueron utilizadas como variables de decisión para su producción y así se logró satisfacer todas las restricciones y maximizar la función objetivo.

Determinación del Conjunto de Restricciones

Se identificaron las restricciones en los procesos de producción de la planta, tomando en cuenta primordialmente: entrada diaria de leche entera (3.8% de grasa) a la planta, transformación de leche entera (3.8% de grasa) a leche descremada (0.05% de grasa) y sus distintas combinaciones para elaborar los diversos productos lácteos de esta línea, y las demandas mínimas y máximas de cada producto de la línea de leches fluidas.

Construcción del Modelo de Programación Lineal

De acuerdo a Dantzig (2006), el Método Simplex es un procedimiento iterativo el cual nos brinda la oportunidad de mejorar la función objetivo en cada etapa de su proceso. Este método es capaz de resolver modelos más complejos que los resueltos mediante el método gráfico, ya que

cuenta con una mayor capacidad de análisis de sensibilidad. Este método busca satisfacer el conjunto de restricciones con el fin de hallar como mínimo una solución óptima, la cual maximice o minimice la función objetivo según sea el caso.

Se desarrolló el modelo de programación lineal teniendo como principal objetivo la maximización de las utilidades, considerando todas las variables presentadas en la producción. No obstante, para ese paso se requirió realizar el planteamiento de las variables de decisión, la función objetivo, restricciones y posterior a ello colocar estos datos en la herramienta Solver.

Resultados y Discusión

Descripción del Modelo de Producción

Para formular el modelo de programación lineal se recurrió a obtener información que se maneja en la Planta de Lácteos Zamorano sobre su proceso de producción. La planta de lácteos se dedica a la producción de seis líneas de productos, las cuales son: leches fluidas, quesos frescos, helados, yogures, quesos madurados y crema ácida. Se seleccionó la línea de leches fluidas para evaluarla, identificando las diversas presentaciones que tiene cada producto elaborado en esta línea. Se interpretaron los diagramas de flujo de cada producto elaborado en esta línea de producción en conjunto con su respectiva tabla de formulación y se determinaron las variables que afectan la utilidad en esos productos.

Cuadro 1

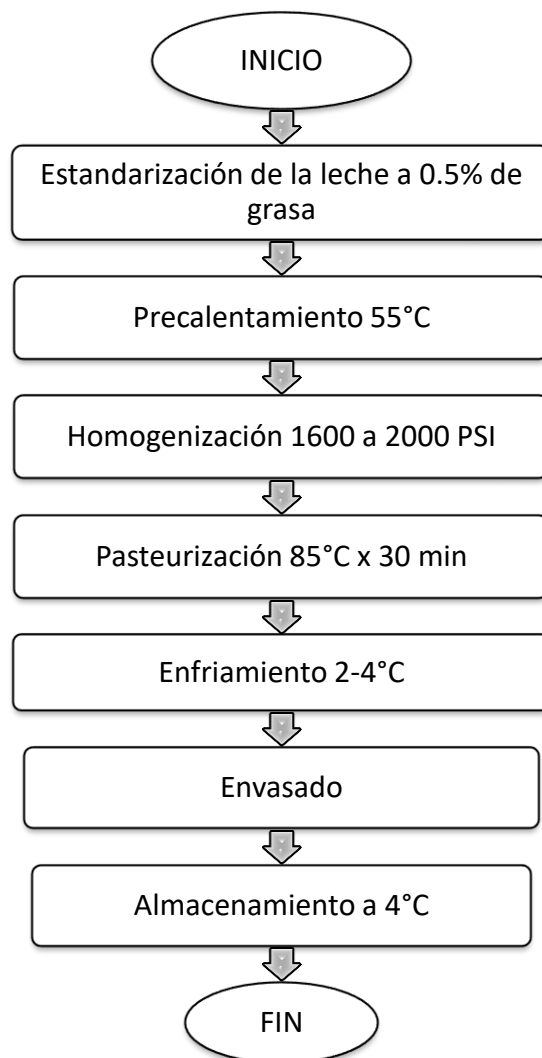
Formulación de Leche Descremada

Ingredientes	Porcentaje	Cantidad	UM
Leche estandarizada al 0.5% de grasa	100%	100	Kg
Total	100%	100	Kg

Nota. Tomado de Planta de Lácteos Zamorano (2022)

Figura 1

Diagrama de Flujo para la Elaboración de Leche Descremada



Nota. Tomado de Planta de Lácteos Zamorano (2022)

Cuadro 2

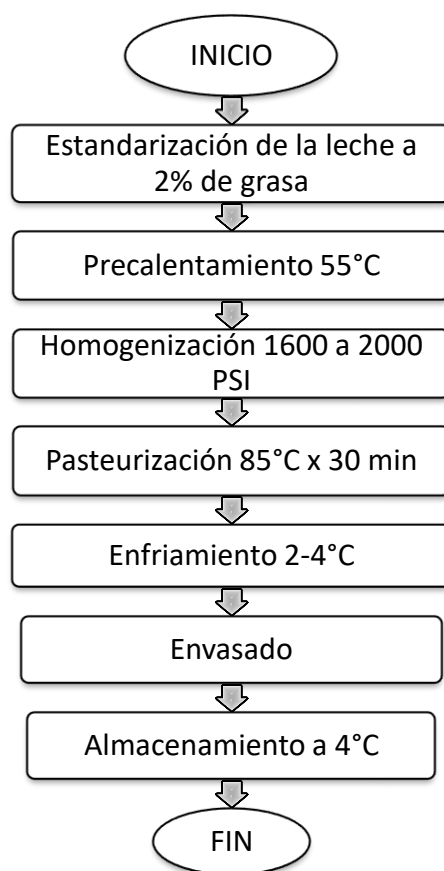
Formulación de Leche Semidescremada

Ingredientes	Porcentaje	Cantidad	UM
Leche entera al 3.8% de grasa	54.55%	54.55	Kg
Leche estandarizada al 0.5% de grasa	45.45%	45.45	Kg
Total	100%	100	Kg

Nota. Tomado de Planta de Lácteos Zamorano (2022)

Figura 2

Diagrama de Flujo para la Elaboración de Leche Semidescremada



Nota. Tomada de Planta de Lácteos Zamorano (2022)

Cuadro 3

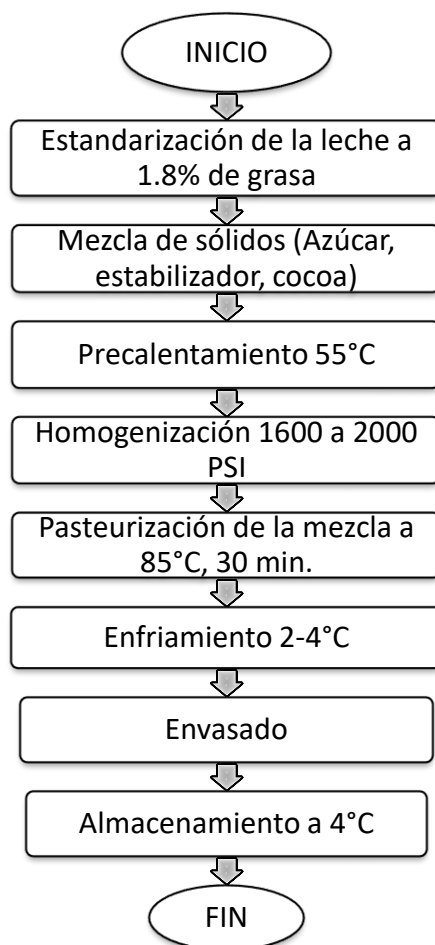
Formulación de Leche Sabor Chocolate

Ingredientes	Porcentaje	Cantidad	UM
Leche estandarizada al 1.8% de grasa	92.867%	92.867	Kg
Azúcar	6%	6	Kg
Cocoa amarga	1%	1	Kg
Citrato de sodio	0.033%	0.033	Kg
Estabilizador (para helado)	0.1%	0.1	Kg
Total	100%	100	Kg

Nota. Tomado de Planta de Lácteos Zamorano (2022)

Figura 3

Diagrama de Flujo para la Elaboración de Leche Sabor Chocolate



Nota. Tomada de Planta de Lácteos Zamorano (2022)

Cuadro 4

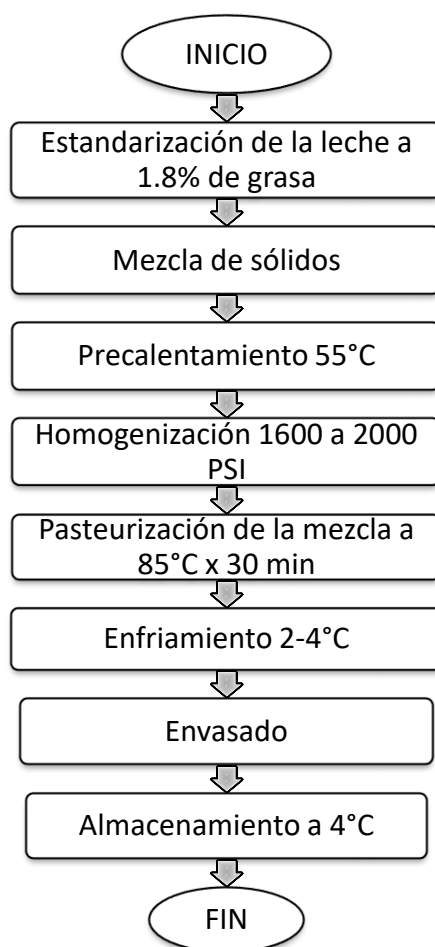
Formulación de Leche Sabor Vainilla

Ingredientes	Porcentaje	Cantidad	UM
Leche estandarizada al 1.8% de grasa	94.3%	94.3	Kg
Azúcar	5.6%	5.6	Kg
Aroma a vainilla	0.1%	0.1	Kg
Total	100%	100	Kg

Nota. Tomado de Planta de Lácteos Zamorano (2022)

Figura 4

Diagrama de Flujo para la Elaboración de Leche Sabor Vainilla



Nota. Tomado de Planta de Lácteos Zamorano (2022)

Cuadro 5

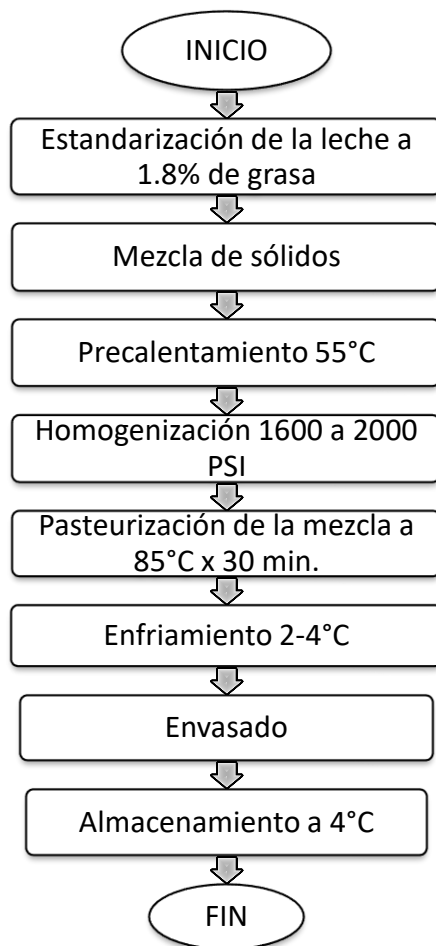
Formulación de Leche Sabor Fresa

Ingredientes	Porcentaje	Cantidad	UM
Leche estandarizada al 1.8% de grasa	94.33%	94.33	Kg
Azúcar	5.6%	5.6	Kg
Esencia de fresa	0.05%	0.05	Kg
Colorante rojo	0.02%	0.02	Kg
Total	100%	100	Kg

Nota. Tomado de Planta de Lácteos Zamorano (2022)

Figura 5

Diagrama de Flujo para la Elaboración de Leche Sabor Fresa



Nota. Tomado de Planta de Lácteos Zamorano (2022)

Determinación de la Función Objetivo

En este estudio, la función objetivo tiene el fin de maximizar las utilidades de la Planta de Lácteos Zamorano, encontrando de esta manera la combinación óptima de producción de la línea de leches fluidas que se elaboran en la planta.

Función objetivo: Maximizar utilidades

$$\text{Maximizar utilidad: } X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} \quad [1]$$

Determinación de las Variables de Decisión

De acuerdo con Arsham (2015), una variable de decisión es un tipo de variable que es seleccionada y manejada por el decisor, siempre y cuando esta variable este involucrada directamente con la función objetivo. En este estudio se seleccionó todos los productos elaborados en la línea de leches fluidas, con cada una de sus presentaciones como variables de decisión, y se colocó la venta de crema ácida también para tomarla como variable de decisión.

Variables de decisión (actividades):

Unidades a producir de leche descremada en bote de 1.8 L

Unidades a producir de leche descremada en bote de 3.7 L

Unidades a producir de leche descremada en tambo por Litro

Unidades a producir de leche semidescremada en bolsa de 473 ml

Unidades a producir de leche semidescremada en bolsa de 946 ml

Unidades a producir de leche semidescremada en bote de 1.8 L

Unidades a producir de leche semidescremada en bote de 3.7 L

Unidades a producir de leche semidescremada en tambo por Litro

Unidades a producir de leche con chocolate en bolsa de 473 ml

Unidades a producir de leche con chocolate en bolsa de 946 ml

Unidades a producir de leche con chocolate en bote de 1.8 L

Unidades a producir de leche con chocolate en bote de 3.7 L

Unidades a producir de leche con chocolate en tambo por Litro

Unidades a producir de leche sabor vainilla en tambo por Litro

Unidades a producir de leche sabor fresa en tambo por Litro

Unidades a producir de crema ácida tambo por Libra

Determinación del Conjunto de Restricciones

Según Cabrera Rodríguez (2004), las restricciones son un conjunto de ecuaciones o inecuaciones matemáticas que representarán limitaciones o inconvenientes en nuestro problema planteado. Se deben seleccionar las principales restricciones que estén involucradas con el objetivo final del problema, sea en el caso de maximizar o minimizar la función objetivo. En este proyecto se escogieron las restricciones en producción y venta de los productos de la línea de leches fluidas y venta de crema ácida.

Restricción con Respecto a la Disponibilidad de Materia Prima

Diariamente la planta de lácteos adquiere un promedio de 5000 litros de leche proveniente de la unidad de ganado lechero. Esta leche posee 3.8% de grasa en promedio, mediante el proceso de estandarización se le sube o se le baja su porcentaje de grasa según lo requiera cada producto de la línea de leches fluidas.

Restricción en Demanda (Mensual)

La demanda de los productos lácteos está dada por los pedidos de los clientes internos y externos. Estos pedidos se deben cumplir ya que están regidos por contratos y su falta de cumplimiento podría ocasionar que los contratos se cierren. En este estudio se utilizó una proyección de ventas proporcionada por el departamento. La demanda mensual se va cumpliendo con la producción diaria de las cantidades que las maquinas puedan producir al día. La línea que se evaluó fue la línea de leches fluidas y con la crema producida en el proceso de descremado se destinó para la venta de crema ácida.

Restricción en Demanda Máxima (Diaria)

La demanda máxima fue tomada con base a la producción diaria:

De leche descremada en bote de 1.8 L lo máximo a producir es de 84 unidades

De leche descremada en bote de 3.7 L lo máximo a producir es de 78 unidades

De leche descremada en tambo por Litro lo máximo a producir es de 8 unidades

De leche semidescremada en bolsa de 473 ml lo máximo a producir es de 311 unidades

De leche semidescremada en bolsa de 946 ml lo máximo a producir es de 266 unidades

De leche semidescremada en bote de 1.8 L lo máximo a producir es de 92 unidades

De leche semidescremada en bote de 3.7 L lo máximo a producir es de 164 unidades

De leche semidescremada en tambo por Litro lo máximo a producir es de 659 unidades

De leche con chocolate en bolsa de 473 ml lo máximo a producir es de 374 unidades

De leche con chocolate en bolsa de 946 ml lo máximo a producir es de 278 unidades

De leche con chocolate en bote de 1.8 L lo máximo a producir es de 90 unidades

De leche con chocolate en bote de 3.7 L lo máximo a producir es de 3 unidades

De leche con chocolate en tambo por Litro lo máximo a producir es de 319 unidades

De leche sabor vainilla en tambo por Litro lo máximo a producir es de 3 unidades

De leche sabor fresa en tambo por Litro lo máximo a producir es de 49 unidades

De crema ácida tambo por Libra lo máximo a producir es de 10 unidades

Restricción en Demanda Mínima (Diaria)

Según lo menciona Pérez (2020), el Fill Rate es un indicador que mide la cantidad de unidades que entregamos a los clientes con respecto de lo que nos solicitó. Este indicador nos muestra el nivel de cumplimiento de los pedidos con el inventario. Acorde a la proyección de ventas proporcionada por el departamento se estimó que el Fill Rate de la planta de lácteos es de 30%:

De leche descremada en bote de 1.8 L lo mínimo a producir es de 25 unidades

De leche descremada en bote de 3.7 L lo mínimo a producir es de 23 unidades

De leche descremada en tambo por Litro lo mínimo a producir es de 2 unidades

De leche semidescremada en bolsa de 473 ml lo mínimo a producir es de 93 unidades

De leche semidescremada en bolsa de 946 ml lo mínimo a producir es de 80 unidades

De leche semidescremada en bote de 1.8 L lo mínimo a producir es de 28 unidades

De leche semidescremada en bote de 3.7 L lo mínimo a producir es de 49 unidades

De leche semidescremada en tambo por Litro lo mínimo a producir es de 198 unidades

De leche con chocolate en bolsa de 473 ml lo mínimo a producir es de 112 unidades

De leche con chocolate en bolsa de 946 ml lo mínimo a producir es de 83 unidades

De leche con chocolate en bote de 1.8 L lo mínimo a producir es de 27 unidades

De leche con chocolate en bote de 3.7 L lo mínimo a producir es de 1 unidades

De leche con chocolate en tambo por Litro lo mínimo a producir es de 96 unidades

De leche sabor vainilla en tambo por Litro lo mínimo a producir es de 1 unidades

De leche sabor fresa en tambo por Litro lo mínimo a producir es de 15 unidades

De crema ácida tambo por Libra lo mínimo a producir es de 3 unidades

Construcción del Modelo de Programación Lineal

Planteamiento de las Variables de Decisión

X_1 =Unidades diarias de leche descremada en bote de 1.8 L

X_2 =Unidades diarias de leche descremada en bote de 3.7 L

X_3 =Unidades diarias de leche descremada en tambo por Litro

X_4 =Unidades diarias de leche semidescremada en bolsa de 473 ml

X_5 =Unidades diarias de leche semidescremada en bolsa de 946 ml

X_6 =Unidades diarias de leche semidescremada en bote de 1.8 L

X_7 =Unidades diarias de leche semidescremada en bote de 3.7 L

X_8 =Unidades diarias de leche semidescremada en tambo por Litro

X_9 =Unidades diarias de leche con chocolate en bolsa de 473 ml

X_{10} =Unidades diarias de leche con chocolate en bolsa de 946 ml

X_{11} =Unidades diarias de leche con chocolate en bote de 1.8 L

X_{12} =Unidades diarias de leche con chocolate en bote de 3.7 L

X_{13} =Unidades diarias de leche con chocolate en tambo por Litro

X_{14} =Unidades diarias de leche sabor vainilla en tambo por Litro

X_{15} =Unidades diarias de leche sabor fresa en tambo por Litro

X_{16} =Unidades diarias de crema ácida tambo por Libra

Planteamiento de la Función Objetivo

Máxima utilidad

$$= 84X_1 + 77X_2 + 7X_3 + 94X_4 + 238X_5 + 91X_6 + 163X_7 + 658X_8 + 113X_9 + 181X_{10} + 89X_{11} + 3X_{12} + 96X_{13} + 3X_{14} + 48X_{15} + 10X_{16} \quad [2]$$

Planteamiento de las Restricciones

La función objetivo está sujeta a:

Restricción con Respecto a la Disponibilidad de Materia Prima (Leche Total)

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} \leq 5000 \quad [3]$$

Restricción con Respecto a la Disponibilidad de Materia Prima (Leche Entera al 3.8%G)

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} \leq 3496.6 \quad [4]$$

Restricción de materia prima (Leche Estandarizada al 0.5%G)

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} \leq 1503.4 \quad [5]$$

Demanda máxima de unidades de leche descremada en bote de 1.8 L

$$X_1 \leq 84 \quad [6]$$

Demanda máxima de unidades de leche descremada en bote de 3.7 L

$$X_2 \leq 78 \quad [7]$$

Demanda máxima de unidades de leche descremada en tambo por Litro

$$X_3 \leq 8 \quad [8]$$

Demanda máxima de unidades de leche semidescremada en bolsa de 473 ml

$$X_4 \leq 311 \quad [9]$$

Demanda máxima de unidades de leche semidescremada en bolsa de 946 ml

$$X_5 \leq 266 \quad [10]$$

Demanda máxima de unidades de leche semidescremada en bote de 1.8 L

$$X_6 \leq 92 \text{ [11]}$$

Demanda máxima de unidades de leche semidescremada en bote de 3.7 L

$$X_7 \leq 164 \text{ [12]}$$

Demanda máxima de unidades de leche semidescremada en tambo por Litro

$$X_8 \leq 659 \text{ [13]}$$

Demanda máxima de unidades de leche con chocolate en bolsa de 473 ml

$$X_9 \leq 374 \text{ [14]}$$

Demanda máxima de unidades de leche con chocolate en bolsa de 946 ml

$$X_{10} \leq 278 \text{ [15]}$$

Demanda máxima de unidades de leche con chocolate en bote de 1.8 L

$$X_{11} \leq 90 \text{ [16]}$$

Demanda máxima de unidades de leche con chocolate en bote de 3.7 L

$$X_{12} \leq 3 \text{ [17]}$$

Demanda máxima de unidades de leche con chocolate en tambo por Litro

$$X_{13} \leq 319 \text{ [18]}$$

Demanda máxima de unidades de leche sabor vainilla en tambo por Litro

$$X_{14} \leq 3 \text{ [19]}$$

Demanda máxima de unidades de leche sabor fresa en tambo por Litro

$$X_{15} \leq 49 \text{ [20]}$$

Demanda máxima de unidades de crema ácida en tambo por Libra

$$X_{16} \leq 10 \text{ [21]}$$

Demanda mínima de unidades de leche descremada en bote de 1.8 L

$$X_1 \geq 25 \text{ [22]}$$

Demanda mínima de unidades de leche descremada en bote de 3.7 L

$$X_2 \geq 23 \text{ [23]}$$

Demanda mínima de unidades de leche descremada en tambo por Litro

$$X_3 \geq 2 \text{ [24]}$$

Demanda mínima de unidades de leche semidescremada en bolsa de 473 ml

$$X_4 \geq 93 \text{ [25]}$$

Demanda mínima de unidades de leche semidescremada en bolsa de 946 ml

$$X_5 \geq 80 \text{ [26]}$$

Demanda mínima de unidades de leche semidescremada en bote de 1.8 L

$$X_6 \geq 28 \text{ [27]}$$

Demanda mínima de unidades de leche semidescremada en bote de 3.7 L

$$X_7 \geq 49 \text{ [28]}$$

Demanda mínima de unidades de leche semidescremada en tambo por Litro

$$X_8 \geq 198 \text{ [29]}$$

Demanda mínima de unidades de leche con chocolate en bolsa de 473 ml

$$X_9 \geq 112 \text{ [30]}$$

Demanda mínima de unidades de leche con chocolate en bolsa de 946 ml

$$X_{10} \geq 83 \text{ [31]}$$

Demanda mínima de unidades de leche con chocolate en bote de 1.8 L

$$X_{11} \geq 27 \text{ [32]}$$

Demanda mínima de unidades de leche con chocolate en bote de 3.7 L

$$X_{12} \geq 1 \text{ [33]}$$

Demanda mínima de unidades de leche con chocolate en tambo por Litro

$$X_{13} \geq 96 \text{ [34]}$$

Demanda mínima de unidades de leche sabor vainilla en tambo por Litro

$$X_{14} \geq 1 \text{ [35]}$$

Demanda mínima de unidades de leche sabor fresa en tambo por Litro

$$X_{15} \geq 15 \text{ [36]}$$

Demanda mínima de unidades de crema ácida en tambo por Libra

$$X_{16} \geq 3 \text{ [37]}$$

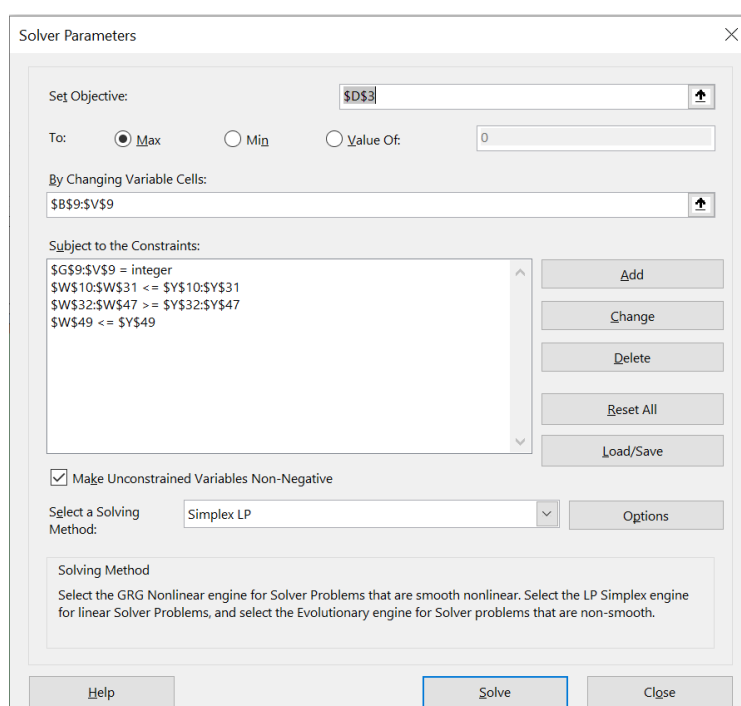
Restricción de no negatividad

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} \geq 0 \text{ [38]}$$

La figura 6 muestra la tabla de planteamiento en la cual se colocó las columnas de transferencias que nos indica como la leche entera al 3.8%G se transforma y se comparte en las diferentes variantes de la misma previa a elaborar los productos lácteos de la línea de leches fluidas. Se colocó las actividades (productos a elaborar) y las debidas restricciones para correr la programación lineal en Solver

Figura 7

Parámetros de Solver



La figura 7 muestra los parámetros que fueron colocados en el Solver previos a correr la programación lineal, colocando la celda objetivo en la cual se mostrará la utilidad máxima expresada en Lempiras, seleccionando maximizar ya que en este estudio se busca maximizar las utilidades de la Planta de Lácteos Zamorano. Se colocaron las restricciones que fueron encontradas en el problema, y, se seleccionó el Método Simplex ya que este es el que se adapta para encontrar la solución del problema de programación lineal localizadas en los vértices óptimos.

En la figura 8 se observa que la combinación óptima de producción es:

Leche Descremada en bote de 1.8L se deben producir 84 unidades

Leche Descremada en bote de 3.7L se deben producir 77 unidades

Leche Descremada en Tambo por Litro se deben producir 7 unidades

Leche Semidescremada en bolsa de 473ml se deben producir 94 unidades

Leche Semidescremada en bolsa de 946ml se deben producir 238 unidades

Leche Semidescremada en bote de 1.8L se deben producir 91 unidades

Leche Semidescremada en bote de 3.7L se deben producir 163 unidades

Leche Semidescremada en Tambo por Litro se deben producir 658 unidades

Leche con Chocolate en bolsa de 473ml se deben producir 113 unidades

Leche con Chocolate en bolsa de 946ml se deben producir 181 unidades

Leche con Chocolate en bote de 1.8L se deben producir 89 unidades

Leche con Chocolate en bote de 3.7L se deben producir 3 unidades

Leche con Chocolate en Tambo por Litro se deben producir 96 unidades

Leche Sabor Vainilla en Tambo por Litro se deben producir 3 unidades

Leche Sabor Fresa en Tambo por Litro se deben producir 48 unidades

Crema Ácida en Tambo por Libra se deben producir 10 unidades

De esta forma se está generando una utilidad óptima de L.7,030.22 al día.

Cuadro 6*Lista de Soluciones Usando Solver*

Cell	Name	Cell Value	Status	Slack
\$W\$10	1Lt de Leche entera (3.8%G) Uso del recurso	5.58664E-13	Binding	0
\$W\$11	1Lt de Leche descremada (0.5%G) Uso del recurso	1.98952E-13	Binding	0
\$W\$12	1Lt de Leche estandarizada (2.0%G) Uso del recurso	0	Binding	0
\$W\$13	1Lt de Leche estandarizada (1.8%G) Uso del recurso	-1.27852044	Not Binding	1.28
\$W\$14	Crema 45%G Uso del recurso	-40.4879545	Not Binding	40.49
\$W\$15	Crema 26%G Uso del recurso	0	Binding	0.00
\$W\$16	Demanda MaxLeche Descremada, Bote de 1.8 Litros Uso del recurso	84	Not Binding	0.17
\$W\$17	Demanda MaxLeche Descremada, Bote de 3.7 Litros Uso del recurso	77	Not Binding	0.64
\$W\$18	Demanda MaxLeche Descremada, TAMBO X LITRO Uso del recurso	7	Not Binding	0.51
\$W\$19	Demanda MaxLeche Semidescremada, Bolsa de 473ml Uso del recurso	94	Not Binding	216.50
\$W\$20	Demanda MaxLeche Semidescremada, Bolsa de 946ml Uso del recurso	238	Not Binding	28.06
\$W\$21	Demanda MaxLeche Semidescremada, Bote de 1.8 Litros Uso del recurso	91	Not Binding	0.97
\$W\$22	< Uso del recurso	163	Not Binding	0.79
\$W\$23	Demanda MaxLeche Semidescremada, TAMBO X LITRO Uso del recurso	658	Not Binding	0.95
\$W\$24	Demanda MaxLeche con Chocolate, Bolsa de 473ml Uso del recurso	113	Not Binding	260.51
\$W\$25	Demanda MaxLeche con Chocolate, Bolsa de 946ml Uso del recurso	181	Not Binding	96.79
\$W\$26	Demanda MaxLeche con Chocolate, Bote de 1.8 Litros Uso del recurso	89	Not Binding	0.53
\$W\$27	Demanda MaxLeche con Chocolate, Bote de 3.7 Litros Uso del recurso	3	Not Binding	0.19
\$W\$28	Demanda MaxLeche con Chocolate, TAMBO X LITRO Uso del recurso	96	Not Binding	223.35
\$W\$29	Demanda MaxLeche Sabor Vainilla, TAMBO X LITRO Uso del recurso	3	Not Binding	0.00
\$W\$30	Demanda MaxLeche Sabor Fresa, TAMBO X LITRO Uso del recurso	48	Not Binding	0.62
\$W\$31	Demanda MaxCrema Ácida Tambo por libra Uso del recurso	10	Binding	0.00

Cell	Name	Cell Value	Status	Slack
\$W\$32	Demanda MinLeche Descremada, Bote de 1.8 Litros Uso del recurso	84	Not Binding	58.75
\$W\$33	Demanda MinLeche Descremada, Bote de 3.7 Litros Uso del recurso	77	Not Binding	53.71
\$W\$34	Demanda MinLeche Descremada, TAMBO X LITRO Uso del recurso	7	Not Binding	4.75
\$W\$35	Demanda MinLeche Semidescremada, Bolsa de 473ml Uso del recurso	94	Not Binding	0.85
\$W\$36	Demanda MinLeche Semidescremada, Bolsa de 946ml Uso del recurso	238	Not Binding	158.18
\$W\$37	Demanda MinLeche Semidescremada, Bote de 1.8 Litros Uso del recurso	91	Not Binding	63.41
\$W\$38	Demanda MinLeche Semidescremada, Bote de 3.7 Litros Uso del recurso	163	Not Binding	113.86
\$W\$39	Demanda MinLeche Semidescremada, TAMBO X LITRO Uso del recurso	658	Not Binding	460.32
\$W\$40	Demanda MinLeche con Chocolate, Bolsa de 473ml Uso del recurso	113	Not Binding	0.95
\$W\$41	Demanda MinLeche con Chocolate, Bolsa de 946ml Uso del recurso	181	Not Binding	97.66
\$W\$42	Demanda MinLeche con Chocolate, Bote de 1.8 Litros Uso del recurso	89	Not Binding	62.14
\$W\$43	Demanda MinLeche con Chocolate, Bote de 3.7 Litros Uso del recurso	3	Not Binding	2.04
\$W\$44	Demanda MinLeche con Chocolate, TAMBO X LITRO Uso del recurso	96	Not Binding	0.20
\$W\$45	Demanda MinLeche Sabor Vainilla, TAMBO X LITRO Uso del recurso	3	Not Binding	2.10
\$W\$46	Demanda MinLeche Sabor Fresa, TAMBO X LITRO Uso del recurso	48	Not Binding	33.41
\$W\$47	Demanda MinCrema Ácida Tambo por libra Uso del recurso	10	Not Binding	7
\$W\$49	Leche total Uso del recurso	5000	Binding	0
\$G\$9:\$V\$9=Integer				

En el cuadro 6 se encuentra la columna Slack la cual muestra las variables básicas y no básicas; todas aquellas variables que tengan un valor distinto de 0 son consideradas como básicas y las que tengan un valor de 0 son no básicas.

Cuadro 7*Resultados del Análisis de Resultados*

Cell	Name	Final Value
\$B\$9	NCC Entrada de Leche entera (3.8%G)	3,493.1
\$C\$9	NCC Descremar 3.8%G a 0.5%G	1,506.9
\$D\$9	NCC Estandarizar a 2.0%G	0.0
\$E\$9	NCC Estandarizar a 1.8%G	1.3
\$F\$9	NCC Mezclar crema 26%G	0.0
\$G\$9	NCC Leche Descremada, Bote de 1.8 Litros	84.00
\$H\$9	NCC Leche Descremada, Bote de 3.7 Litros	77.00
\$I\$9	NCC Leche Descremada, TAMBO X LITRO	7.00
\$J\$9	NCC Leche Semidescremada, Bolsa de 473ml	94.00
\$K\$9	NCC Leche Semidescremada, Bolsa de 946ml	238.00
\$L\$9	NCC Leche Semidescremada, Bote de 1.8 Litros	91.00
\$M\$9	NCC Leche Semidescremada, Bote de 3.7 Litros	163.00
\$N\$9	NCC Leche Semidescremada, TAMBO X LITRO	658.00
\$O\$9	NCC Leche con Chocolate, Bolsa de 473ml	113.00
\$P\$9	NCC Leche con Chocolate, Bolsa de 946ml	181.00
\$Q\$9	NCC Leche con Chocolate, Bote de 1.8 Litros	89.00
\$R\$9	NCC Leche con Chocolate, Bote de 3.7 Litros	3.00
\$S\$9	NCC Leche con Chocolate, TAMBO X LITRO	96.00
\$T\$9	NCC Leche Sabor Vainilla, TAMBO X LITRO	3.00
\$U\$9	NCC Leche Sabor Fresa, TAMBO X LITRO	48.00
\$V\$9	NCC Crema Ácida Tambo por Libra	10.00

Análisis de Resultados

En el cuadro 7 se observan en la primera columna las celdas y las variables de decisión (actividades) que se realizan en la Planta de Lácteos Zamorano, y en la segunda columna se muestran los valores de la solución óptima que satisfacen todas las restricciones y logra cumplir el objetivo del estudio, el cual es maximizar las utilidades, las cuales son:

Máxima utilidad

$$\begin{aligned}
 &= 84X_1 + 77X_2 + 7X_3 + 94X_4 + 238X_5 + 91X_6 + 163X_7 \\
 &+ 658X_8 + 113X_9 + 181X_{10} + 89X_{11} + 3X_{12} + 96X_{13} + 3X_{14} \\
 &+ 48X_{15} + 10X_{16} \text{ [39]}
 \end{aligned}$$

Los resultados brindados por la herramienta Solver determinaron que para maximizar las utilidades en la Planta de Lácteos Zamorano se debe seguir el siguiente patrón de producción diario:

Leche Descremada en bote de 1.8L se deben producir 84 unidades

Leche Descremada en bote de 3.7L se deben producir 77 unidades

Leche Descremada en Tambo por Litro se deben producir 7 unidades

Leche Semidescremada en bolsa de 473ml se deben producir 94 unidades

Leche Semidescremada en bolsa de 946ml se deben producir 238 unidades

Leche Semidescremada en bote de 1.8L se deben producir 91 unidades

Leche Semidescremada en bote de 3.7L se deben producir 163 unidades

Leche Semidescremada en Tambo por Litro se deben producir 658 unidades

Leche con Chocolate en bolsa de 473ml se deben producir 113 unidades

Leche con Chocolate en bolsa de 946ml se deben producir 181 unidades

Leche con Chocolate en bote de 1.8L se deben producir 89 unidades

Leche con Chocolate en bote de 3.7L se deben producir 3 unidades

Leche con Chocolate en Tambo por Litro se deben producir 96 unidades

Leche Sabor Vainilla en Tambo por Litro se deben producir 3 unidades

Leche Sabor Fresa en Tambo por Litro se deben producir 48 unidades

Crema Ácida en Tambo por Libra se deben producir 10 unidades

Con esta producción se están utilizando los 5,000 litros de leche cruda proveniente de el área de ordeño, cumpliendo con la demanda requerida dada por la proyección de ventas y satisfaciendo todas las restricciones planteadas, generando una utilidad de L.7,030.22 por día.

Conclusiones

La programación lineal propone formas particulares de resolver problemas empresariales, aprovechando los actuales avances tecnológicos y desarrollo de herramientas, ofreciendo gran ayuda a la hora de valorar futuras estrategias de desarrollo y mejora de una empresa.

Se concluye que la programación lineal como metodología utilizada en la toma de decisiones brinda soluciones de manera flexible, mejorando el uso del tiempo y recursos, impulsando la búsqueda de soluciones a través del pensamiento creativo, utilizando herramientas tecnológicas.

Se determinó que la combinación óptima en la producción diaria de línea de leche fluida está dada por la función: Maximizar utilidades = $84X_1 + 77X_2 + 7X_3 + 94X_4 + 238X_5 + 91X_6 + 163X_7 + 658X_8 + 113X_9 + 181X_{10} + 89X_{11} + 3X_{12} + 96X_{13} + 3X_{14} + 48X_{15} + 10X_{16}$. La cual genera la mayor cantidad de utilidades diarias siendo esta de L.7,030.22 diarias, satisfaciendo los niveles de demandas y cumpliendo con las restricciones planteadas en el estudio.

Recomendaciones

Se recomienda que este modelo de programación lineal planteado se extienda a evaluar las siguientes líneas de producción que se dan en la planta de Lácteos Zamorano, con el fin de obtener un resultado más amplio y exhaustivo de producción.

Se recomienda utilizar una herramienta alternativa a Solver, la cual tenga una mayor capacidad de analizar un mayor número de datos y restricciones al mismo momento.

Referencias

- Arsham, H. (2015). *Modelos Deterministas: Optimización Lineal*.
<http://home.ubalt.edu/ntsbarsh/opre640s/spanishd.htm>
- Cabrera Rodríguez, S. I. (2004). *Aplicación de la programación lineal a la agronomía: Programación lineal*.
https://matematicas.uclm.es/ita-cr/web_matematicas/trabajos/248/Programacion_lineal.pdf
- Dantzig, G. B. (2006). *PHP Simplex Optimizando recursos con Programación Lineal: Teoría del método Simplex*. http://www.phpsimplex.com/teoria_metodo_simplex.htm
- Lácteos de Honduras S.A.. (2020). *Alimentando a Honduras*.
<https://www.lacthosa.com/rse/alimentando-a-honduras>
- Moncada Lainez, M. (2017). *La leche*. <https://www.zamorano.edu/2017/06/01/la-leche/>
- Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura. (2021). *Portal lácteo: Leche y productos lácteos*. <https://www.fao.org/dairy-production-products/products/es/>
- Pérez, J. (2020). *Mejoramiento Enfocado: ¿Que es el Fill Rate?*
<https://mejoramientoenfocado.wordpress.com/2020/08/09/que-es-el-fill-rate/>
- Salazar López, B. (2019). *Investigación de operaciones: Programación lineal*.
<https://www.ingenieriaindustrialonline.com/investigacion-de-operaciones/programacion-lineal/>
- Zamorano. (2018). *Planta de Procesamiento de Lácteos*.
<https://www.zamorano.edu/carreras/agroindustria-alimentaria/infraestructura/parque-agroindustrial/planta-de-procesamiento-de-lacteos/>

Anexos

Anexo A

Densidad de Algunos Productos Lácteos

Producto	Valores medios de densidad (medidos a 20°C) en g/cm³
Leche de vaca entera	1030-1033
Leche desnatada	1035
Nata con 30% de grasa	1003,5=1000
Leche aguada	Variable e inferior a la normal
Leche desnatada y aguada	Puede tener densidad de leche entera
Lactosuero	1025-1027

Anexo B

Densidad de la Leche y Algunos Productos Lácteos

Product	Product Composition		Density (kg/L) at:			
	Fat (%)	SNF (%)	4.4°C	10°C	20°C	38.9°C
Producer milk	4.00	8.95	1.035	1.033	1.030	1.023
Homogenized milk	3.6	8.6	1.033	1.032	1.029	1.022
Skim milk, pkg	0.02	8.9	1.036	1.035	1.033	1.026
Fortified skim	0.02	10.15	1.041	1.040	1.038	1.031
Half and half	12.25	7.75	1.027	1.025	1.020	1.010
Half and half, fort.	11.30	8.9	1.031	1.030	1.024	1.014
Light cream	20.00	7.2	1.021	1.018	1.012	1.000
Heavy cream	36.60	5.55	1.008	1.005	0.994	0.978