

Escuela Agrícola Panamericana, Zamorano
Departamento de Administración de Agronegocios
Ingeniería en Administración de Agronegocios



Proyecto Especial de Graduación
Optimización de recursos y maximización de utilidades en la planta de
lácteos de Zamorano mediante programación lineal

Estudiante

Josselynn Pamela Rodriguez Ponciano

Asesores

Rommel Reconco Euceda, DDE.

José Luis Vargas Bográn, M. Sc.

Honduras, agosto 2023

Autoridades

SERGIO RODRÍGUEZ ROYO

Rector

ANA M. MAIER ACOSTA

Vicepresidenta y Decana Académica

RAÚL SOTO

Director del Departamento de Administración de Agronegocios

HUGO ZAVALA MEMBREÑO

Secretario General

Contenido

Índice de Cuadros	5
Índice de Figuras	6
Resumen	7
Abstract	8
Introducción	9
Metodología	12
Identificación del Problema	12
Identificación de las Variables de Decisión	12
Establecimiento de la Función Objetivo	13
Establecimiento de las Restricciones	13
Identificación de Límites	14
Resolución del Modelo	14
Resultados y Discusión	16
Descripción del Proceso Productivo de la Planta	16
Variables de Decisión	16
Función Objetivo	19
Restricciones	20
Restricciones de Demanda	20
Restricción de Materia Prima	22
Resolución del Modelo	23
Reporte de Respuesta	25
Costo Reducido y Rangos Permitidos de los Coeficientes de la Función Objetivo	33
Precios Sombra y Rangos Permisibles de los Coeficientes de Restricciones	38
Conclusiones	47

Recomendaciones.....48

Referencias.....50

Índice de Cuadros

Cuadro 1 Variables de decisión del modelo.....	17
Cuadro 2 Restricciones de demanda	20
Cuadro 3 Valor original y final de la función objetivo.....	25
Cuadro 4 Valores originales y finales de las variables de decisión	26
Cuadro 5 Estatus y holgura de las restricciones	28
Cuadro 6 Costo reducido y rangos permitidos de los coeficientes de la función objetivo.....	33
Cuadro 7 Variables de decisión con una disminución permitida menor a cinco lempiras	37
Cuadro 8 Precios sombra y rangos permitidos de las restricciones	39
Cuadro 9 Restricciones con precio sombra positivos	44
Cuadro 10 Restricciones con un precio sombra negativo.....	44
Cuadro 11 Variables de decisión con valor óptimo de 0 en el escenario 2	46

Índice de Figuras

Figura 1 Configuración de OpenSolver	24
--	----

Resumen

En el mundo empresarial, la eficiencia de los procesos durante la producción es muy importante para mantener la competitividad. Es por ello que, en el presente estudio se analizaron los principales factores que influyen en el procesamiento de leche en la planta de lácteos de Zamorano, con el fin de encontrar la combinación óptima de producción que debería tener para maximizar sus utilidades. Esto se llevó a cabo por medio del planteamiento de un modelo de programación lineal. En este modelo se planteó la función objetivo con los 75 productos que se producen en la planta, como variables de decisión y las utilidades, como sus coeficientes. Además, se incluyeron como restricciones, las demandas máximas y mínimas y la cantidad de leche necesaria para la formulación de cada uno de los productos. El modelo se resolvió utilizando el complemento OpenSolver de Excel, con el cual se encontró la combinación óptima de producción para la maximización de utilidades de la planta. El modelo planteado es útil para determinar la combinación óptima a producir de cada una de las variables de decisión de la planta. A partir de estos resultados se recomienda incrementar la cantidad de leche disponible para la elaboración de los productos lácteos, ya que, este está limitando un posible aumento en el valor de la función objetivo. Además, se recomienda evaluar otros posibles escenarios con el modelo planteado, como cambios en la demanda o integrando más restricciones como horas máquina y mano de obra disponibles.

Palabras clave: Programación lineal, modelo, planta de lácteos.

Abstract

In the business world, process efficiency during production is highly important to maintain competitiveness. That's why, in the present study, the main factors influencing milk processing at the Zamorano dairy plant were analyzed to find the optimal production combination that should be adopted to maximize profits. This was accomplished by formulating a linear programming model. The objective function was defined using the 75 products produced at the plant as decision variables, and their respective profits as coefficients. Furthermore, constraints were included in the model, such as maximum and minimum demands and the amount of milk required for each product formulation. The model was solved using the Excel add-in, OpenSolver, which identified the optimal production combination for maximizing the plant's profits. The proposed model is useful for determining the optimal production combination for each decision variable at the plant. Based on these results, it is recommended to increase the quantity of available milk for dairy product manufacturing since it is currently limiting a potential increase in the objective function's value. Additionally, evaluating other possible scenarios using the model, such as changes in demand or incorporating more constraints like available machine hours and workforce, is also recommended.

Keywords: Linear programming, Model, Dairy plant.

Introducción

La leche es una fuente importante de energía, proteínas de alta calidad y grasas, además de contribuir considerablemente a la ingestión necesaria de nutrientes como el calcio, magnesio, selenio, riboflavina, vitamina B12 y ácido pantoténico, también conocido como vitamina B5 (Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura [FAO], 2019).

La leche y sus derivados son alimentos nutritivos de muy alto valor, que tienen un reducido tiempo de conservación y por ende exige una cuidadosa manipulación. Este se considera un alimento perecedero ya que, es un medio excelente para el crecimiento de microorganismos, especialmente de patógenos bacterianos, que pueden provocar el deterioro del producto y enfermedades en los consumidores (FAO, 2019). Es por ello, que en la industria láctea se vela por la conservación de la calidad de leche, tanto de sus propiedades sensoriales como de su inocuidad.

El sector lácteo desempeña un papel importante en la alimentación mundial, produciendo 881 millones de toneladas métricas (TM) de leche en 2019, una cifra que aumenta cada año. Más del 80% de la población mundial, aproximadamente 6 mil millones de personas, consumen regularmente leche líquida u otros productos lácteos. (International Dairy Federation, 2021).

Según proyecciones de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos y FAO (2021) para el período de 2021-2030, se prevé que la producción mundial de leche crecerá un 1.7% anual, el cual es un ritmo más rápido que el de la mayoría del resto de principales productos agrícolas básicos. De igual forma se estima que en los países en desarrollo el consumo per cápita anual aumente de 10.7 kg a 12.6 kg, siendo los productos frescos los que se consumen mayormente en estos países y los cuales comprenden más del 75% del consumo promedio per cápita de productos lácteos en sólidos de leche. (OCDE y FAO, 2021). Estas estadísticas ponen de manifiesto la relevancia de abordar de manera eficiente la gestión de recursos y la mejora en los procesos productivos para la optimización de los recursos y por ende la maximización de utilidades en la industria láctea, esto con el fin de mantenerse competitivos y satisfacer la creciente demanda del mercado.

En Honduras, se estima que el consumo promedio per cápita es de 129.3 litros por año, siendo el sector artesanal el que mayor aporte tiene en esta cifra (Cámara Hondureña de la Leche [CAHLE], 2020). Estos datos revelan una brecha en el consumo de leche en Centroamérica en comparación con otras regiones. A pesar del potencial de producción láctea en la región, es importante analizar las causas subyacentes de este bajo consumo per cápita y explorar estrategias para fomentar un mayor consumo de productos lácteos entre la población.

La investigación en torno a la optimización de los recursos y la maximización de utilidades en la industria láctea de Centroamérica adquiere una relevancia especial en este contexto. Mediante el uso de enfoques como la programación lineal, es posible identificar oportunidades para mejorar la eficiencia en la producción, reducir costos y promover un mayor consumo de productos lácteos en beneficio de la salud y nutrición de la población.

La exigencia del consumidor es un elemento importante en la actual dinámica del mercado de lácteos en Honduras, estas tendencias han contribuido a modificar los hábitos de consumo en la población, así por ejemplo se puede observar cada vez más una mayor oferta de productos lácteos en diversas presentaciones, lo que ha motivado a diversificar y segmentar el mercado de leche y sus derivados por el lado de la oferta (CDPC, 2013).

Es esencial comprender estas tendencias y necesidades del mercado para desarrollar estrategias efectivas en la optimización de recursos y la maximización de utilidades en la industria láctea de Honduras. Al considerar las preferencias del consumidor y adaptarse a ellas, los productores pueden fortalecer su posición competitiva y satisfacer de manera más efectiva las demandas del mercado lácteo en constante evolución.

Actualmente la planta de lácteos de Zamorano procesa en promedio 6,000 litros de leche cruda al día. La leche es abastecida exclusivamente por la unidad de ganado lechero de Zamorano, sin embargo, la planta se ha visto en la necesidad de adquirir materia prima (leche y crema cruda) a

productores externos debido a que el abastecimiento que se tiene internamente no es suficiente para cumplir con la demanda.

La programación matemática (PM) es un campo de la ciencia de gestión que encuentra la manera óptima, o más eficiente, de utilizar los recursos limitados para lograr los objetivos de un individuo o una empresa. Por esta razón, a menudo se hace referencia a la programación matemática como optimización debido a su capacidad para buscar la solución óptima en situaciones de restricciones y recursos limitados (Ragsdale, 2007).

La utilización de la programación matemática y específicamente de la programación lineal se presenta como una herramienta valiosa para abordar el desafío de optimizar la asignación de recursos limitados en la planta de lácteos de Zamorano y maximizar sus utilidades. Mediante el análisis de las restricciones y la búsqueda de soluciones óptimas, se pueden obtener beneficios significativos en términos de eficiencia y rentabilidad en el contexto de una industria altamente competitiva.

El objetivo general de la presente investigación es:

Mejorar la eficiencia operativa y económica de la planta de lácteos de Zamorano mediante el desarrollo de un modelo de programación lineal.

Los objetivos específicos de la investigación son:

Identificar y definir las variables de decisión y restricciones que intervienen en el proceso productivo de la planta y plantearlas de forma matemática para la optimización de la producción y maximización de utilidades.

Formular un modelo de programación lineal que refleje las características específicas de la planta de lácteos de Zamorano, incluyendo la función objetivo, las variables de decisión y las restricciones asociadas.

Aplicar la metodología de programación lineal entera para resolver el modelo y obtener una solución que indique la cantidad óptima a producir de cada producto y la asignación eficiente de los recursos disponibles.

Metodología

El método que se utilizó para el planteamiento y la resolución del modelo es la técnica de programación lineal, que implica crear y resolver problemas de optimización con una función objetivo y restricciones lineales. Esta es una herramienta altamente efectiva que ha sido aplicada en muchas situaciones empresariales, en las cuales se busca optimizar el uso de recursos, tal como es el caso de la planta de lácteos de Zamorano.

Para llevar a cabo la optimización, se formuló el modelo de programación lineal, este proceso consiste en tomar un problema práctico y expresarlo algebraicamente. El modelo planteado fue para un periodo de un mes (30 días). A continuación, se describen los pasos seguidos para la formulación del modelo de programación lineal.

Identificación del Problema

En primer lugar, se reconoció la importancia de comprender completamente el problema antes de proceder con la formulación del modelo de programación lineal. Según Ragsdale (2007) este paso parece tan obvio que apenas parece valer la pena mencionarlo, sin embargo, muchas personas tienen la tendencia de adentrarse en un problema y comenzar a escribir la función objetivo y las restricciones antes de entender realmente el problema. Si no se comprende completamente el problema al que se enfrenta, es poco probable que la formulación del problema y del modelo sea correcta. En este sentido, se hizo una descripción detallada de la situación actual de la planta, del sistema de producción en general y de los componentes que se considera deben ser incluidos en el modelo. Esta etapa de análisis permitió una comprensión completa del problema y aseguró una formulación precisa y adecuada del modelo.

Identificación de las Variables de Decisión

En este estudio, las variables de decisión en el problema de optimización se representaron utilizando los símbolos X_1, X_2, \dots, X_{75} . Estas variables representan la cantidad que el gerente de la planta puede elegir producir, en otras palabras, son todos aquellos productos o variables sobre los

cuales se tomarán las decisiones a partir de los resultados del modelo (Ragsdale, 2007). Estas variables se determinaron utilizando como referencia la cartera de productos 2023 de la planta de lácteos de Zamorano.

Establecimiento de la Función Objetivo

La función objetivo fue expresada como una combinación lineal de las variables de decisión y sus coeficientes. La función objetivo identifica una función de las variables de decisión que el tomador de decisiones desea Maximizar (Utilidades) o Minimizar (Costos). El objetivo de la optimización consistió en encontrar los valores de las variables de decisión que maximicen o minimicen la función objetivo sin infringir ninguna de las restricciones establecidas (Ragsdale, 2007).

En el presente estudio se determinó que el objetivo del modelo consistiría en maximizar las utilidades de la planta. El planteamiento de la función objetivo se hizo relacionando cada uno de los productos con la utilidad que se obtiene por cada unidad vendida. Para ello, solamente se tomaron en cuenta los costos variables, ya que, sería necesario hacer un estudio de prorrateo de costos en la planta para determinar la correcta distribución de costos fijos para cada uno de los productos.

El cálculo de las utilidades netas sobre costos variables unitarias de cada una de las variables se llevó a cabo haciendo una resta del precio de venta de cada producto con su respectivo costo variable de producción, toda esta información fue proporcionada por el departamento de Finanzas de Zamorano.

Establecimiento de las Restricciones

En los problemas de optimización, las restricciones se pueden representar en un modelo matemático de varias maneras. Se consideran tres formas generales para expresar las posibles relaciones de restricciones en los problemas de optimización:

Una restricción "Menor o igual que" (\leq)

Una restricción "Mayor o igual que" (\geq)

Una restricción "igual a" (=)

Las restricciones son funciones de las variables de decisión que debe ser menor o igual, mayor o igual, o igual a algún valor específico. Por ende, estas son establecidas según los recursos limitados con los que se cuentan o en base a rangos de producción con los que se deben cumplir (Ragsdale, 2007).

En este caso, se evaluó el proceso productivo y se determinaron las restricciones que limitan la producción de las variables de decisión. A partir de allí se encontró que el principal recurso limitante es la materia prima (leche cruda) debido a la cantidad de litros que ingresan a la planta a diario y la necesidad que tiene la planta de comprar más materia prima de forma externa. Por lo cual, se planteó una restricción considerando la cantidad de materia prima necesaria para cada producto y la cantidad disponible mensualmente. Por otra parte, se consideraron las restricciones de demandas mínimas y máximas para cada uno de los productos, considerando un fill rate del 30%.

Identificación de Límites

Es importante identificar cualquier límite superior o inferior en las variables de decisión. Por lo tanto, se estableció como límite inferior un 0, es decir, que los valores que tomen las variables de decisión no pueden ser menores que 0. En este sentido, no es necesario escribir estos límites como restricciones, ya que, el software utilizado ya cuenta con la opción de dar una respuesta de no negatividad.

En cuanto a la demanda, también se fijaron límites mínimos con los que se debe cumplir basados en un "fill rate" del 30% sobre el total proyectado de la demanda por la fuerza de ventas de Zamorano, del comedor estudiantil Doris Zemurray Stone y del puesto de ventas de Zamorano. Estos límites mínimos también son considerados restricciones en el modelo.

Resolución del Modelo

Una vez formulado el modelo, se ingresó en el software utilizado, tanto la función objetivo como las restricciones de materia prima y de demanda. El modelo se resolvió por medio del complemento OpenSolver de Excel, el cual es una herramienta que permite resolver problemas de

programación lineal, programación lineal entera y no lineal en hojas de cálculo, y que utiliza algoritmos matemáticos para encontrar el valor óptimo de una celda objetivo, sujeto a ciertas restricciones. OpenSolver ofrece una variedad de solucionadores para usar en Excel, incluido el excelente motor de optimización COIN-OR CBC de código abierto que puede resolver rápidamente grandes problemas lineales y enteros.

Resultados y Discusión

Descripción del Proceso Productivo de la Planta

La planta de lácteos de Zamorano se dedica a agregar valor a la leche cruda, elaborando un total de 75 SKU (Stock-Keeping Unit), que se dividen en seis líneas de producción: leches fluidas, quesos frescos, quesos madurados, helados, yogures y crema. Los principales clientes de la planta son: comedor estudiantil Doris Zemurray Stone, Puesto de ventas Zamorano y varios clientes externos como supermercados, hoteles y restaurantes ubicados en Tegucigalpa y en San Pedro Sula.

Al recibir la leche cruda, esta se somete a un proceso de control de calidad en el laboratorio, donde se le realizan pruebas para evaluar la calidad de la leche y asegurar que cumple con los estándares requeridos. Después de pasar por el control de calidad, la leche es sometida a un proceso de descremado. Como resultado de este proceso se produce dos productos principales: crema con un 45% de grasa y leche descremada con un 0.05% de grasa, los cuales se mezclan en diferentes proporciones para estandarizar a diferentes porcentajes de grasa según el producto a elaborarse. logrando obtener así la consistencia y las características deseadas en cada producto.

Actualmente la producción diaria de la planta se basa únicamente por la demanda existente, es debido a esto que se consideró plantear un modelo para evaluar las opciones de producción para que la planta maximice sus utilidades optimizando el recurso más importante que es la cantidad de leche disponible.

VARIABLES DE DECISIÓN

Para determinar las variables de decisión se utilizó el listado de productos de la planta de lácteos correspondiente al año 2023. En el cuadro 1 se enlistan las variables de decisión utilizadas en el modelo de optimización para la planta de lácteos de Zamorano. Estas variables corresponden a los diferentes productos que la planta produce, incluyendo su código, nombre del producto, presentación y unidades de medida.

Las variables de decisión representan las cantidades a producir de cada producto y presentación, y son la base para determinar la planificación óptima de la producción y maximizar las utilidades de la planta. En total, se tienen 75 variables de decisión, que abarcan una amplia gama de productos lácteos, como leches, quesos, helados, yogures, cremas, dulce de leche y mantequilla, cada variable está asociada a una unidad de medida específica, como litros, gramos, libras o cubetas, dependiendo del tipo de producto y presentación.

Cuadro 1

Variables de decisión del modelo

Variable	Código	Producto	Presentación	Unidades
X1	A02001	Leche descremada	1.8	Litros
X2	A02002	Leche descremada	3.7	Litros
X3	A02044	Leche descremada (Granel)	1	Litros
X4	A00001	Leche sabor chocolate	0.946	Litros
X5	A00002	Leche sabor chocolate	1.8	Litros
X6	A00006	Leche sabor chocolate (Granel)	1	Litros
X7	A01004	Leche sabor fresa (Granel)	1	Litros
X8	A02039	Leche sabor vainilla (Granel)	1	Litros
X9	A02004	Leche semidescremada	0.946	Litros
X10	A02006	Leche semidescremada	1.8	Litros
X11	A02007	Leche semidescremada	3.7	Litros
X12	A02003	Leche semidescremada	40	Litros
X13	A11002	Queso cabaña	250	Gramos
X14	A11003	Queso cabaña	450	Gramos
X15	A11001	Queso cabaña (Granel)	1	Libras
X16	A11008	Queso crema	440	Gramos
X17	A11005	Queso crema (Granel)	50	Libras
X18	A11007	Queso crema con chile	440	Gramos
X19	A11006	Queso crema con chile (Granel)	50	Libras
X20	A11022	Queso Semi Seco (cheddar sin maduración)	1	Libras
X21	A11014	Queso Zamodelfia	1	Cubeta
X22	A11013	Queso Zamodelfia	250	Gramos
X23	A11012	Queso Zamodelfia	450	Gramos
X24	A10012	Queso Zamorella	440	Gramos
X25	A10011	Queso Zamorella Rebanado	9	Libras
X26	A11031	Queso Zamorella para pizza	5	Libras
X27	A10002	Queso cheddar	440	Gramos
X28	A10001	Queso cheddar	50	Libras
X29	A10004	Queso dambo	440	Gramos
X30	A10003	Queso dambo	50	Libras
X31	A10010	Queso procesado	440	Gramos
X32	A10009	Queso procesado	9	Libras
X33	A40076	Helado de chocochips	2	Litros
X34	A40058	Helado de chocochips	473	Mililitros

Variable	Código	Producto	Presentación	Unidades
X35	A40065	Helado de chocochips	237	Mililitros
X36	A40077	Helado de chocolate	2	Litros
X37	A40003	Helado de chocolate	473	Mililitros
X38	A40004	Helado de chocolate	237	Mililitros
X39	A40085	Helado de chocolate	10	Litros
X40	A40078	Helado de durazno	2	Litros
X41	A40007	Helado de durazno	473	Mililitros
X42	A40008	Helado de durazno	237	Mililitros
X43	A40088	Helado de durazno	10	Litros
X44	A40079	Helado de fresa	2	Litros
X45	A40011	Helado de fresa	473	Mililitros
X46	A40012	Helado de fresa	237	Mililitros
X47	A40083	Helado de fresa	10	Litros
X48	A40080	Helado de mango	2	Litros
X49	A40018	Helado de mango	473	Mililitros
X50	A40019	Helado de mango	237	Mililitros
X51	A40087	Helado de mango	10	Litros
X52	A40081	Helado de ron con pasas	2	Litros
X53	A40039	Helado de ron con pasas	473	Mililitros
X54	A40040	Helado de ron con pasas	237	Mililitros
X55	A40089	Helado de ron con pasas	10	Litros
X56	A40082	Helado de vainilla	2	Litros
X57	A40045	Helado de vainilla	473	Mililitros
X58	A40046	Helado de vainilla	237	Mililitros
X59	A40084	Helado de vainilla	10	litros
X60	A20034	Yogur batido de durazno	150	Gramos
X61	A20005	Yogur batido de durazno	40	Litros
X62	A20035	Yogur batido de fresa	150	Gramos
X63	A20008	Yogur batido de fresa	40	Litros
X64	A20041	Yogur batido de mango	150	Gramos
X65	A20032	Yogur batido de mango	40	Litros
X66	A20048	Yogur batido de mora	40	Litros
X67	A20042	Yogur batido natural	150	Gramos
X68	A20033	Yogur batido natural	40	Litros
X69	A20052	Yogur griego natural	150	Gramos
X70	A60004	Dulce de leche	150	Gramos
X71	A60002	Dulce de leche	1	Libras
X72	A50003	Mantequilla amarilla (70%)	1	Cubeta
X73	A30001	Crema ácida (Granel)	1	Cubeta
X74	A50005	Mantequilla crema	440	Gramos
X75	A50009	Mantequilla 3 pack	1320	Gramos

Estas variables permitieron considerar las variaciones en las cantidades de insumo y las utilidades unitarias de cada producto, ya que, aunque el proceso de elaboración es el mismo, los requerimientos y rentabilidad pueden diferir según la presentación, por lo que al utilizar estas variables en el modelo de optimización, se puede determinar la combinación óptima de cantidades

de producción de cada producto y presentación, teniendo en cuenta la cantidad de leche disponible y la demanda existente.

Función Objetivo

La función objetivo plantea maximizar la suma de las utilidades obtenidas por la producción y la venta de cada una de las variables de decisión. Cada término de la función corresponde a la multiplicación de cada una de las variables de decisión (representadas por X_n) y su respectivo coeficiente, el cual indica las utilidades netas unitarias sobre costos variables, expresado en lempiras, lo cual se representa en la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}
 \text{MAX: } & 12.38X_1 + 26.84X_2 + 5.43X_3 + 8.14X_4 + 16.25X_5 + 4.96X_6 + 7.15X_7 + 9.01X_8 + 7.2X_9 + \\
 & 18.38X_{10} + 31.5X_{11} + 6.58X_{12} + 18.7X_{13} + 8.24X_{14} + 32.79X_{15} + 31.1X_{16} + 18.02X_{17} + \\
 & 35.07X_{18} + 26.46X_{19} + -9.62X_{20} + 33.16X_{21} + 23.07X_{22} + 32.19X_{23} + 29.19X_{24} + 22.25X_{25} + \\
 & 29.27X_{26} + 24.54X_{27} + 16.23X_{28} + 25.55X_{29} + 21.68X_{30} + 11.92X_{31} + 6.38X_{32} + 40.61X_{33} + \\
 & 6.62X_{34} + 8.52X_{35} + 82.63X_{36} + 22.9X_{37} + 9.55X_{38} + 389.28X_{39} + 85.34X_{40} + 10.93X_{41} + \\
 & 6.26X_{42} + 393.08X_{43} + 73.89X_{44} + 13.34X_{45} + 7.58X_{46} + 336.86X_{47} + 84.85X_{48} + 16.13X_{49} + \\
 & 8.39X_{50} + 387.72X_{51} + 78.04X_{52} + 14.46X_{53} + 8.15X_{54} + 386.92X_{55} + 65.69X_{56} + 19.03X_{57} + \\
 & 8.21X_{58} + 305.45X_{59} + 3.63X_{60} + 19.22X_{61} + 1.92X_{62} + 13.77X_{63} + 3.9X_{64} + 17.21X_{65} + \\
 & 19.9X_{66} + 5.45X_{67} + 19.13X_{68} + 8.82X_{69} + 6.93X_{70} + 40.84X_{71} + 18.54X_{72} + 15.58X_{73} + \\
 & 11.2X_{74} + 28.84X_{75}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

El objetivo de maximizar esta función es buscar la combinación óptima de las variables de decisión que genere la mayor utilidad total para la planta de lácteos de Zamorano, determinando las cantidades óptimas de producción de cada producto y presentación que maximizarán las utilidades.

En esta función los coeficientes de utilidad reflejan la rentabilidad de cada producto y presentación específica, los cuales pueden variar según los costos de producción, los precios de venta y las preferencias de los consumidores.

Restricciones

Se definió que las restricciones de mayor importancia para la planta es la cantidad de materia prima (leche) disponible y la cantidad demandada de cada producto. Las restricciones de demanda establecen un límite superior y un límite inferior para cada variable de decisión, que representan la cantidad máxima y mínima que se debe producir y vender de cada producto y presentación.

Restricciones de Demanda

La demanda máxima se define como la cantidad máxima que se espera que los consumidores adquieran de cada producto, según las proyecciones de demanda para el año 2023. Este límite garantiza que la producción no exceda la capacidad de venta y evita el desperdicio de productos. Por otro lado, la restricción de demanda mínima se establece mediante un fill rate del 30%. El fill rate es un indicador que representa el porcentaje de la demanda que se debe satisfacer, en este caso, se fija en un 30%, lo que implica que se debe cubrir al menos el 30% de la demanda de cada producto y presentación. En el cuadro 2 se presentan las restricciones de demanda utilizadas en el modelo de optimización de la planta de lácteos de Zamorano.

Cuadro 2

Restricciones de demanda

Variable	Restricción	Demanda máxima	Restricción	Demanda mínima (fill rate 30%)
X1	≤	3,345	≥	1,003
X2	≤	1,656	≥	497
X3	≤	16	≥	5
X4	≤	8,664	≥	2,599
X5	≤	2,603	≥	781
X6	≤	1,187	≥	356
X7	≤	417	≥	125
X8	≤	17	≥	5
X9	≤	15,002	≥	4,500
X10	≤	3,533	≥	1,060
X11	≤	3,812	≥	1,143

Variable	Restricción	Demanda máxima	Restricción	Demanda mínima (fill rate 30%)
X12	≤	2,039	≥	612
X13	≤	42	≥	13
X14	≤	56	≥	17
X15	≤	139	≥	42
X16	≤	4,156	≥	1,247
X17	≤	516	≥	155
X18	≤	2,941	≥	882
X19	≤	267	≥	80
X20	≤	6,765	≥	2,030
X21	≤	55	≥	17
X22	≤	17	≥	5
X23	≤	33	≥	10
X24	≤	4,092	≥	1,228
X25	≤	662	≥	199
X26	≤	5,565	≥	1,669
X27	≤	2,180	≥	654
X28	≤	573	≥	172
X29	≤	128	≥	38
X30	≤	44	≥	13
X31	≤	726	≥	218
X32	≤	53	≥	16
X33	≤	91	≥	27
X34	≤	145	≥	44
X35	≤	279	≥	84
X36	≤	99	≥	30
X37	≤	159	≥	48
X38	≤	225	≥	68
X39	≤	3	≥	1
X40	≤	76	≥	23
X41	≤	104	≥	31
X42	≤	125	≥	38
X43	≤	3	≥	1
X44	≤	92	≥	28
X45	≤	154	≥	46
X46	≤	242	≥	73
X47	≤	3	≥	1
X48	≤	77	≥	23
X49	≤	102	≥	31
X50	≤	150	≥	45
X51	≤	3	≥	1
X52	≤	79	≥	24
X53	≤	132	≥	40
X54	≤	237	≥	71
X55	≤	3	≥	1
X56	≤	104	≥	31
X57	≤	170	≥	51
X58	≤	312	≥	94
X59	≤	3	≥	1
X60	≤	357	≥	107
X61	≤	220	≥	66
X62	≤	441	≥	132
X63	≤	286	≥	86
X64	≤	357	≥	107

Variable	Restricción	Demanda máxima	Restricción	Demanda mínima (fill rate 30%)
X65	\leq	255	\geq	76
X66	\leq	84	\geq	25
X67	\leq	1,817	\geq	545
X68	\leq	28	\geq	8
X69	\leq	58	\geq	18
X70	\leq	22	\geq	7
X71	\leq	19	\geq	6
X72	\leq	72	\geq	21
X73	\leq	1,526	\geq	458
X74	\leq	26,269	\geq	7,881
X75	\leq	3,217	\geq	965

Estas restricciones aseguran un funcionamiento eficiente, la calidad de los productos y la rentabilidad de la planta de lácteos de Zamorano.

Restricción de Materia Prima

La ecuación presentada a continuación [2] establece la restricción de la cantidad de grasa necesaria para la elaboración de cada uno de los productos lácteos. La cantidad de grasa es el principal componente de la leche que determina las cantidades que se pueden elaborar de los productos lácteos. Esta restricción indica que la suma de los kilogramos de grasa utilizados para la elaboración de cada uno de los productos debe ser menor o igual a los 7,423 kilogramos de grasa disponibles mensualmente, considerando un promedio de entrada de leche de 6,000 litros al día, con un porcentaje promedio de 4% de grasa y una densidad de 1.031 kilogramos/litro promedio.

Cada término de la ecuación representa la cantidad de grasa necesaria para un producto específico, multiplicada por la correspondiente variable de decisión (representada por la letra X), donde la suma de estos términos debe cumplir con la restricción establecida. Esta restricción asegura que la cantidad de grasa utilizada en la producción de los productos lácteos no exceda la disponibilidad mensual de grasa, lo que resulta fundamental para garantizar un uso eficiente de los recursos y mantener un equilibrio en la producción de los diferentes productos.

$$\begin{aligned}
&0.009324X_1 + 0.019166X_2 + 0.00518X_3 + 0.016351X_4 + 0.031112X_5 + 0.017284X_6 + \\
&0.019358X_7 + 0.019321X_8 + 0.019507X_9 + 0.037116X_{10} + 0.076294X_{11} + 0.02062X_{12} + \\
&0.007327X_{13} + 0.013188X_{14} + 0.013305X_{15} + 0.094549X_{16} + 0.097557X_{17} + 0.081042X_{18} + \\
&0.083621X_{19} + 0.150367X_{20} + 0.115051X_{21} + 0.063354X_{22} + 0.114038X_{23} + 0.100205X_{24} + \\
&0.103393X_{25} + 0.103393X_{26} + 0.14573X_{27} + 0.150367X_{28} + 0.128953X_{29} + 0.133056X_{30} + \\
&0.132072X_{31} + 0.136275X_{32} + 0.161553X_{33} + 0.038207X_{34} + 0.019144X_{35} + 0.159726X_{36} + \\
&0.037775X_{37} + 0.018928X_{38} + 0.79863X_{39} + 0.161553X_{40} + 0.038207X_{41} + 0.019144X_{42} + \\
&0.807765X_{43} + 0.161553X_{44} + 0.038207X_{45} + 0.019144X_{46} + 0.807765X_{47} + 0.161553X_{48} + \\
&0.038207X_{49} + 0.019144X_{50} + 0.807765X_{51} + 0.161553X_{52} + 0.038207X_{53} + 0.019144X_{54} + \\
&0.807765X_{55} + 0.161553X_{56} + 0.038207X_{57} + 0.019144X_{58} + 0.807765X_{59} + 0.002988X_{60} + \\
&0.009043X_{61} + 0.002988X_{62} + 0.009043X_{63} + 0.002988X_{64} + 0.009043X_{65} + 0.002988X_{66} + \\
&0.00317X_{67} + 0.009595X_{68} + 0.00317X_{69} + 0.02115X_{70} + 0.064014X_{71} + 0.642857X_{72} + \\
&0.28866X_{73} + 0.12701X_{74} + 0.381031X_{75} \leq 7,423 \qquad [2]
\end{aligned}$$

Resolución del Modelo

Para la resolución del problema se utilizó el complemento OpenSolver de Excel en el cual se plantearon las restricciones de demanda y materia prima y la función objetivo de la siguiente manera:

Se crearon celdas para representar las variables de decisión correspondientes a cada producto y presentación, posteriormente, se establecieron las restricciones de demanda utilizando las celdas correspondientes a las variables de decisión. Estas restricciones limitan la cantidad producida y

venta de cada producto, asegurando que se cumpla la demanda máxima y el fill rate del 30% como demanda mínima, utilizando operadores de comparación (\leq y \geq) para establecer los límites.

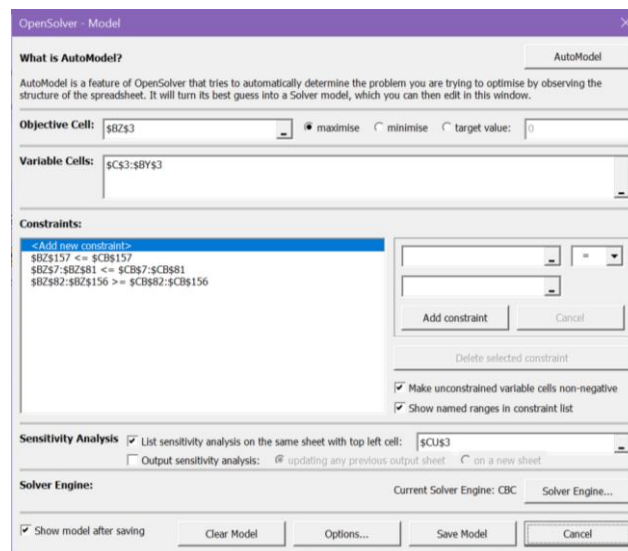
Se planteó la restricción de la cantidad de grasa utilizando las celdas de las variables de decisión, donde la ecuación de la restricción, mencionada anteriormente, se escribió de forma algebraica en las celdas correspondientes, tomando en consideración que la suma de los términos de grasa utilizados para cada producto debe ser menor o igual a los 7,423 kilogramos disponibles mensualmente.

Se formuló la función objetivo utilizando las celdas de las variables de decisión y sus coeficientes de utilidad, realizando la suma ponderada de las variables de decisión, donde cada término se multiplica por su correspondiente coeficiente de utilidad netas sobre costos variables.

La configuración del OpenSolver para maximizar la función objetivo, sujeto a las restricciones de demanda, materia prima considerada en el modelo se muestra en la figura 1.

Figura 1

Configuración de OpenSolver



Al ejecutar el complemento OpenSolver, se realizaron los cálculos necesarios para encontrar la combinación óptima de las variables de decisión que maximiza las utilidades, cumpliendo con las

restricciones establecidas. Los resultados obtenidos proporcionaron una solución optimizada para la producción de la planta de lácteos de Zamorano.

Reporte de Respuesta

En el reporte de respuesta que brinda OpenSolver se encuentra de manera resumida la solución al problema de programación lineal. La primera sección de este reporte, que se encuentra en el cuadro 3 resume el valor original y final óptimo de la función objetivo. En la segunda sección, que se encuentra en el cuadro 4, se resumen los valores originales y finales de las celdas de las variables de decisión. Por último, en la tercera sección representada en el cuadro 5, se encuentra la información sobre las restricciones, en particular, el valor óptimo que asume cada uno de los “Left Hand Side” de las restricciones y si son vinculantes o no vinculantes.

Sección 1.

Cuadro 3

Valor original y final de la función objetivo

Celda	Nombre	Valor original	Valor Final (L)
BZ3	Total, utilidades unitarias	0	1,536,429.61

La solución óptima encontrada por OpenSolver da como resultado un valor de la función objetivo que indica que, al producir la cantidad óptima de cada variable de decisión, se obtendrán utilidades netas sobre costos variables por un valor mensual de 1,536,429.61 lempiras. Esto se traduce en unas utilidades netas sobre costos variables de 18,437,155.38 lempiras anuales, con las cuales no solamente se cumple con la meta de utilidades brutas de 16,685,896.6 lempiras, planificada por el departamento de finanzas de Zamorano, sino que, además, se sobrepasa la meta en un 10.5%. Estos resultados demuestran que la distribución de los recursos de la planta puede generar un incremento en las utilidades, superando las proyecciones iniciales para el mismo año.

Sección 2.

Cuadro 4

Valores originales y finales de las variables de decisión

Celda	Nombre	Valor original	Valor Final
C3	Cantidad a producir X1	0	3344.8333
D3	Cantidad a producir X2	0	1655.75
E3	Cantidad a producir X3	0	15.833333
F3	Cantidad a producir X4	0	8663.5833
G3	Cantidad a producir X5	0	2603.1667
H3	Cantidad a producir X6	0	1186.6667
I3	Cantidad a producir X7	0	416.91667
J3	Cantidad a producir X8	0	16.666667
K3	Cantidad a producir X9	0	15001.583
L3	Cantidad a producir X10	0	3533.3333
M3	Cantidad a producir X11	0	3811.5
N3	Cantidad a producir X12	0	2039.1667
O3	Cantidad a producir X13	0	41.666667
P3	Cantidad a producir X14	0	55.833333
Q3	Cantidad a producir X15	0	138.91667
R3	Cantidad a producir X16	0	4156.4167
S3	Cantidad a producir X17	0	515.83333
T3	Cantidad a producir X18	0	2941.1667
U3	Cantidad a producir X19	0	267.33333
V3	Cantidad a producir X20	0	2029.525
W3	Cantidad a producir X21	0	55.166667
X3	Cantidad a producir X22	0	16.666667
Y3	Cantidad a producir X23	0	33.333333
Z3	Cantidad a producir X24	0	4092.3333
AA3	Cantidad a producir X25	0	662.25
AB3	Cantidad a producir X26	0	5564.75
AC3	Cantidad a producir X27	0	2179.9167
AD3	Cantidad a producir X28	0	573.33333
AE3	Cantidad a producir X29	0	127.91667
AF3	Cantidad a producir X30	0	44
AG3	Cantidad a producir X31	0	726.41667
AH3	Cantidad a producir X32	0	15.9
AI3	Cantidad a producir X33	0	91.083333
AJ3	Cantidad a producir X34	0	145.25
AK3	Cantidad a producir X35	0	278.58333
AL3	Cantidad a producir X36	0	99.416667
AM3	Cantidad a producir X37	0	158.58333
AN3	Cantidad a producir X38	0	225
AO3	Cantidad a producir X39	0	2.75
AP3	Cantidad a producir X40	0	75.666667
AQ3	Cantidad a producir X41	0	103.58333
AR3	Cantidad a producir X42	0	125
AS3	Cantidad a producir X43	0	2.75
AT3	Cantidad a producir X44	0	91.916667
AU3	Cantidad a producir X45	0	153.58333
AV3	Cantidad a producir X46	0	241.66667

Celda	Nombre	Valor original	Valor Final
AW3	Cantidad a producir X47	0	2.75
AX3	Cantidad a producir X48	0	76.916667
AY3	Cantidad a producir X49	0	101.91667
AZ3	Cantidad a producir X50	0	150
BA3	Cantidad a producir X51	0	2.75
BB3	Cantidad a producir X52	0	78.583333
BC3	Cantidad a producir X53	0	131.91667
BD3	Cantidad a producir X54	0	236.91667
BE3	Cantidad a producir X55	0	2.75
BF3	Cantidad a producir X56	0	103.583333
BG3	Cantidad a producir X57	0	170.25
BH3	Cantidad a producir X58	0	311.91667
BI3	Cantidad a producir X59	0	2.75
BJ3	Cantidad a producir X60	0	357.25
BK3	Cantidad a producir X61	0	220
BL3	Cantidad a producir X62	0	440.583333
BM3	Cantidad a producir X63	0	285.5
BN3	Cantidad a producir X64	0	357.25
BO3	Cantidad a producir X65	0	254.583333
BP3	Cantidad a producir X66	0	84.333333
BQ3	Cantidad a producir X67	0	1816.75
BR3	Cantidad a producir X68	0	28.166667
BS3	Cantidad a producir X69	0	58.333333
BT3	Cantidad a producir X70	0	22
BU3	Cantidad a producir X71	0	18.916667
BV3	Cantidad a producir X72	0	21.45
BW3	Cantidad a producir X73	0	457.8
BX3	Cantidad a producir X74	0	23923.641
BY3	Cantidad a producir X75	0	965.075

La implementación de la solución óptima propuesta por OpenSolver permitió encontrar la combinación óptima de productos que se deben producir para maximizar las utilidades netas sobre costos variables y mejorar el desempeño financiero de la planta de lácteos de Zamorano.

En la tercera sección del reporte que se muestra en el cuadro 5 se observan los valores óptimos que asume cada una de las variables de decisión y con los cuales se cumplen con todas las restricciones del problema, nótese que el valor original era de 0 ya que las celdas no contenían ningún valor previo a la resolución del modelo.

Algunas variables asumen valores continuos en la solución del modelo de programación lineal, pero en ciertos casos es necesario que las respuestas se den en números enteros, debido a que por la naturaleza de los productos no es posible, por ejemplo, producir una quinta parte de un producto en específico.

En estos casos se pueden manejar distintas soluciones como el redondear, ya sea, al inmediato superior o inferior, sin embargo, esto puede provocar que la solución no sea factible o una solución que esté suboptimizando los recursos. Por tanto, OpenSolver tiene la opción de agregar una nueva restricción que permita obtener una solución sólo con variables enteras (ILP), sin embargo, utilizando este método se tiene la desventaja que no es posible hacer un análisis de sensibilidad para entender e interpretar de mejor manera la solución óptima.

Es por ello por lo que, en este caso, se procedió a utilizar la metodología de ILP, un enfoque para encontrar la solución entera óptima a un problema relajando, o ignorando las condiciones de integralidad y resolviendo el problema como si fuese un problema de programación lineal estándar. Al comparar los resultados obtenidos con el método ILP y el método de programación lineal estándar, dio como resultado una diferencia mínima en las utilidades de 1,993.15 lempiras lo cual equivale al 0.13% del valor de la función objetivo original. Debido a esta diferencia mínima se optó por no utilizar el método ILP y se decidió mantener la solución continua y obtener un reporte de sensibilidad más completo por resolver el problema de forma integral al brindar una mejor comprensión e interpretación de la solución óptima.

Sección 3.

Cuadro 5

Estatus y holgura de las restricciones

Celda	Nombre	Valor final	Estatus	Holgura
BZ157<=CB157	Materia prima leche Utilizado LHS	7423	Vinculante	0.00
BZ7<=CB7	X1 Utilizado LHS	3344.8333	Vinculante	0.00
BZ8<=CB8	X2 Utilizado LHS	1655.75	Vinculante	0.00
BZ9<=CB9	X3 Utilizado LHS	15.833333	Vinculante	0.00
BZ10<=CB10	X4 Utilizado LHS	8663.5833	Vinculante	0.00
BZ11<=CB11	X5 Utilizado LHS	2603.1667	Vinculante	0.00
BZ12<=CB12	X6 Utilizado LHS	1186.6667	Vinculante	0.00
BZ13<=CB13	X7 Utilizado LHS	416.91667	Vinculante	0.00
BZ14<=CB14	X8 Utilizado LHS	16.666667	Vinculante	0.00
BZ15<=CB15	X9 Utilizado LHS	15001.583	Vinculante	0.00
BZ16<=CB16	X10 Utilizado LHS	3533.3333	Vinculante	0.00
BZ17<=CB17	X11 Utilizado LHS	3811.5	Vinculante	0.00
BZ18<=CB18	X12 Utilizado LHS	2039.1667	Vinculante	0.00

Celda	Nombre	Valor final	Estatus	Holgura
BZ19<=CB19	X13 Utilizado LHS	41.666667	Vinculante	0.00
BZ20<=CB20	X14 Utilizado LHS	55.833333	Vinculante	0.00
BZ21<=CB21	X15 Utilizado LHS	138.91667	Vinculante	0.00
BZ22<=CB22	X16 Utilizado LHS	4156.4167	Vinculante	0.00
BZ23<=CB23	X17 Utilizado LHS	515.83333	Vinculante	0.00
BZ24<=CB24	X18 Utilizado LHS	2941.1667	Vinculante	0.00
BZ25<=CB25	X19 Utilizado LHS	267.33333	Vinculante	0.00
BZ26<=CB26	X20 Utilizado LHS	2029.525	No vinculante	4735.56
BZ27<=CB27	X21 Utilizado LHS	55.166667	Vinculante	0.00
BZ28<=CB28	X22 Utilizado LHS	16.666667	Vinculante	0.00
BZ29<=CB29	X23 Utilizado LHS	33.333333	Vinculante	0.00
BZ30<=CB30	X24 Utilizado LHS	4092.3333	Vinculante	0.00
BZ31<=CB31	X25 Utilizado LHS	662.25	Vinculante	0.00
BZ32<=CB32	X26 Utilizado LHS	5564.75	Vinculante	0.00
BZ33<=CB33	X27 Utilizado LHS	2179.9167	Vinculante	0.00
BZ34<=CB34	X28 Utilizado LHS	573.33333	Vinculante	0.00
BZ35<=CB35	X29 Utilizado LHS	127.91667	Vinculante	0.00
BZ36<=CB36	X30 Utilizado LHS	44	Vinculante	0.00
BZ37<=CB37	X31 Utilizado LHS	726.41667	Vinculante	0.00
BZ38<=CB38	X32 Utilizado LHS	15.9	No vinculante	37.10
BZ39<=CB39	X33 Utilizado LHS	91.083333	Vinculante	0.00
BZ40<=CB40	X34 Utilizado LHS	145.25	Vinculante	0.00
BZ41<=CB41	X35 Utilizado LHS	278.58333	Vinculante	0.00
BZ42<=CB42	X36 Utilizado LHS	99.416667	Vinculante	0.00
BZ43<=CB43	X37 Utilizado LHS	158.58333	Vinculante	0.00
BZ44<=CB44	X38 Utilizado LHS	225	Vinculante	0.00
BZ45<=CB45	X39 Utilizado LHS	2.75	Vinculante	0.00
BZ46<=CB46	X40 Utilizado LHS	75.666667	Vinculante	0.00
BZ47<=CB47	X41 Utilizado LHS	103.58333	Vinculante	0.00
BZ48<=CB48	X42 Utilizado LHS	125	Vinculante	0.00
BZ49<=CB49	X43 Utilizado LHS	2.75	Vinculante	0.00
BZ50<=CB50	X44 Utilizado LHS	91.916667	Vinculante	0.00
BZ51<=CB51	X45 Utilizado LHS	153.58333	Vinculante	0.00
BZ52<=CB52	X46 Utilizado LHS	241.66667	Vinculante	0.00
BZ53<=CB53	X47 Utilizado LHS	2.75	Vinculante	0.00
BZ54<=CB54	X48 Utilizado LHS	76.916667	Vinculante	0.00
BZ55<=CB55	X49 Utilizado LHS	101.91667	Vinculante	0.00
BZ56<=CB56	X50 Utilizado LHS	150	Vinculante	0.00
BZ57<=CB57	X51 Utilizado LHS	2.75	Vinculante	0.00
BZ58<=CB58	X52 Utilizado LHS	78.583333	Vinculante	0.00
BZ59<=CB59	X53 Utilizado LHS	131.91667	Vinculante	0.00
BZ60<=CB60	X54 Utilizado LHS	236.91667	Vinculante	0.00
BZ61<=CB61	X55 Utilizado LHS	2.75	Vinculante	0.00
BZ62<=CB62	X56 Utilizado LHS	103.58333	Vinculante	0.00
BZ63<=CB63	X57 Utilizado LHS	170.25	Vinculante	0.00
BZ64<=CB64	X58 Utilizado LHS	311.91667	Vinculante	0.00
BZ65<=CB65	X59 Utilizado LHS	2.75	Vinculante	0.00
BZ66<=CB66	X60 Utilizado LHS	357.25	Vinculante	0.00
BZ67<=CB67	X61 Utilizado LHS	220	Vinculante	0.00
BZ68<=CB68	X62 Utilizado LHS	440.58333	Vinculante	0.00
BZ69<=CB69	X63 Utilizado LHS	285.5	Vinculante	0.00
BZ70<=CB70	X64 Utilizado LHS	357.25	Vinculante	0.00
BZ71<=CB71	X65 Utilizado LHS	254.58333	Vinculante	0.00
BZ72<=CB72	X66 Utilizado LHS	84.333333	Vinculante	0.00

Celda	Nombre	Valor final	Estatus	Holgura
BZ73<=CB73	X67 Utilizado LHS	1816.75	Vinculante	0.00
BZ74<=CB74	X68 Utilizado LHS	28.166667	Vinculante	0.00
BZ75<=CB75	X69 Utilizado LHS	58.333333	Vinculante	0.00
BZ76<=CB76	X70 Utilizado LHS	22	Vinculante	0.00
BZ77<=CB77	X71 Utilizado LHS	18.916667	Vinculante	0.00
BZ78<=CB78	X72 Utilizado LHS	21.45	No vinculante	50.05
BZ79<=CB79	X73 Utilizado LHS	457.8	No vinculante	1068.20
BZ80<=CB80	X74 Utilizado LHS	23923.641	No vinculante	2344.86
BZ81<=CB81	X75 Utilizado LHS	965.075	No vinculante	2251.84
BZ82>=CB82	X1 Utilizado LHS	3344.8333	No vinculante	-2341.38
BZ83>=CB83	X2 Utilizado LHS	1655.75	No vinculante	-1159.03
BZ84>=CB84	X3 Utilizado LHS	15.833333	No vinculante	-11.08
BZ85>=CB85	X4 Utilizado LHS	8663.5833	No vinculante	-6064.51
BZ86>=CB86	X5 Utilizado LHS	2603.1667	No vinculante	-1822.22
BZ87>=CB87	X6 Utilizado LHS	1186.6667	No vinculante	-830.67
BZ88>=CB88	X7 Utilizado LHS	416.91667	No vinculante	-291.84
BZ89>=CB89	X8 Utilizado LHS	16.666667	No vinculante	-11.67
BZ90>=CB90	X9 Utilizado LHS	15001.583	No vinculante	-10501.11
BZ91>=CB91	X10 Utilizado LHS	3533.3333	No vinculante	-2473.33
BZ92>=CB92	X11 Utilizado LHS	3811.5	No vinculante	-2668.05
BZ93>=CB93	X12 Utilizado LHS	2039.1667	No vinculante	-1427.42
BZ94>=CB94	X13 Utilizado LHS	41.666667	No vinculante	-29.17
BZ95>=CB95	X14 Utilizado LHS	55.833333	No vinculante	-39.08
BZ96>=CB96	X15 Utilizado LHS	138.91667	No vinculante	-97.24
BZ97>=CB97	X16 Utilizado LHS	4156.4167	No vinculante	-2909.49
BZ98>=CB98	X17 Utilizado LHS	515.83333	No vinculante	-361.08
BZ99>=CB99	X18 Utilizado LHS	2941.1667	No vinculante	-2058.82
BZ100>=CB100	X19 Utilizado LHS	267.33333	No vinculante	-187.13
BZ101>=CB101	X20 Utilizado LHS	2029.525	Vinculante	0.00
BZ102>=CB102	X21 Utilizado LHS	55.166667	No vinculante	-38.62
BZ103>=CB103	X22 Utilizado LHS	16.666667	No vinculante	-11.67
BZ104>=CB104	X23 Utilizado LHS	33.333333	No vinculante	-23.33
BZ105>=CB105	X24 Utilizado LHS	4092.3333	No vinculante	-2864.63
BZ106>=CB106	X25 Utilizado LHS	662.25	No vinculante	-463.58
BZ107>=CB107	X26 Utilizado LHS	5564.75	No vinculante	-3895.33
BZ108>=CB108	X27 Utilizado LHS	2179.9167	No vinculante	-1525.94
BZ109>=CB109	X28 Utilizado LHS	573.33333	No vinculante	-401.33
BZ110>=CB110	X29 Utilizado LHS	127.91667	No vinculante	-89.54
BZ111>=CB111	X30 Utilizado LHS	44	No vinculante	-30.80
BZ112>=CB112	X31 Utilizado LHS	726.41667	No vinculante	-508.49
BZ113>=CB113	X32 Utilizado LHS	15.9	Vinculante	0.00
BZ114>=CB114	X33 Utilizado LHS	91.083333	No vinculante	-63.76
BZ115>=CB115	X34 Utilizado LHS	145.25	No vinculante	-101.68
BZ116>=CB116	X35 Utilizado LHS	278.58333	No vinculante	-195.01
BZ117>=CB117	X36 Utilizado LHS	99.416667	No vinculante	-69.59
BZ118>=CB118	X37 Utilizado LHS	158.58333	No vinculante	-111.01
BZ119>=CB119	X38 Utilizado LHS	225	No vinculante	-157.50
BZ120>=CB120	X39 Utilizado LHS	2.75	No vinculante	-1.93
BZ121>=CB121	X40 Utilizado LHS	75.666667	No vinculante	-52.97
BZ122>=CB122	X41 Utilizado LHS	103.58333	No vinculante	-72.51
BZ123>=CB123	X42 Utilizado LHS	125	No vinculante	-87.50
BZ124>=CB124	X43 Utilizado LHS	2.75	No vinculante	-1.93
BZ125>=CB125	X44 Utilizado LHS	91.916667	No vinculante	-64.34
BZ126>=CB126	X45 Utilizado LHS	153.58333	No vinculante	-107.51

Celda	Nombre	Valor final	Estatus	Holgura
BZ127>=CB127	X46 Utilizado LHS	241.66667	No vinculante	-169.17
BZ128>=CB128	X47 Utilizado LHS	2.75	No vinculante	-1.93
BZ129>=CB129	X48 Utilizado LHS	76.916667	No vinculante	-53.84
BZ130>=CB130	X49 Utilizado LHS	101.91667	No vinculante	-71.34
BZ131>=CB131	X50 Utilizado LHS	150	No vinculante	-105.00
BZ132>=CB132	X51 Utilizado LHS	2.75	No vinculante	-1.93
BZ133>=CB133	X52 Utilizado LHS	78.583333	No vinculante	-55.01
BZ134>=CB134	X53 Utilizado LHS	131.91667	No vinculante	-92.34
BZ135>=CB135	X54 Utilizado LHS	236.91667	No vinculante	-165.84
BZ136>=CB136	X55 Utilizado LHS	2.75	No vinculante	-1.93
BZ137>=CB137	X56 Utilizado LHS	103.58333	No vinculante	-72.51
BZ138>=CB138	X57 Utilizado LHS	170.25	No vinculante	-119.18
BZ139>=CB139	X58 Utilizado LHS	311.91667	No vinculante	-218.34
BZ140>=CB140	X59 Utilizado LHS	2.75	No vinculante	-1.93
BZ141>=CB141	X60 Utilizado LHS	357.25	No vinculante	-250.08
BZ142>=CB142	X61 Utilizado LHS	220	No vinculante	-154.00
BZ143>=CB143	X62 Utilizado LHS	440.58333	No vinculante	-308.41
BZ144>=CB144	X63 Utilizado LHS	285.5	No vinculante	-199.85
BZ145>=CB145	X64 Utilizado LHS	357.25	No vinculante	-250.08
BZ146>=CB146	X65 Utilizado LHS	254.58333	No vinculante	-178.21
BZ147>=CB147	X66 Utilizado LHS	84.333333	No vinculante	-59.03
BZ148>=CB148	X67 Utilizado LHS	1816.75	No vinculante	-1271.73
BZ149>=CB149	X68 Utilizado LHS	28.166667	No vinculante	-19.72
BZ150>=CB150	X69 Utilizado LHS	58.333333	No vinculante	-40.83
BZ151>=CB151	X70 Utilizado LHS	22	No vinculante	-15.40
BZ152>=CB152	X71 Utilizado LHS	18.916667	No vinculante	-13.24
BZ153>=CB153	X72 Utilizado LHS	21.45	Vinculante	0.00
BZ154>=CB154	X73 Utilizado LHS	457.8	Vinculante	0.00
BZ155>=CB155	X74 Utilizado LHS	23923.641	No vinculante	-16043.09
BZ156>=CB156	X75 Utilizado LHS	965.075	Vinculante	0.00

En el cuadro 5, se muestra información sobre las restricciones, presentando los valores óptimos asumidos por cada "Lado Izquierdo" (LHS) de las restricciones, indicando si son vinculantes o no vinculantes. Una restricción se considera vinculante si se cumple como una igualdad estricta en la solución óptima. Todas las restricciones que son vinculantes son aquellas que están evitando que la planta de lácteos alcance un mayor nivel de utilidades, entre ellas la cantidad de materia prima (leche) disponible para la elaboración de productos, por lo cual, un aumento de este coeficiente aumentaría también las utilidades netas sobre costos variables que percibe la planta. Además, algunas de las restricciones de demanda también son vinculantes.

Estos resultados validan la factibilidad de la solución óptima encontrada y demuestran que se cumplieron todas las restricciones establecidas en el modelo de programación lineal.

En la columna de “Holgura” del cuadro 5 se muestra la diferencia entre la cantidad disponible de cada restricción y el valor que asume en la solución óptima. Por definición, las restricciones vinculantes tienen una holgura de 0.

El gerente debe considerar la sensibilidad de la solución de un modelo de programación lineal a los cambios o errores de estimación que puedan ocurrir en los coeficientes de la función objetivo, los coeficientes de las restricciones y los valores del RHS (Right Hand Side) para las restricciones. Esta información es importante debido a que pocas veces se conoce con certeza cuáles serán los costos y los recursos incurridos en una situación o periodo de tiempo determinado, es por ello por lo que la información en el reporte de sensibilidad brinda una mejor imagen de como la solución óptima cambiaría si alguno de los factores considerados en el modelo también cambia.

El análisis de sensibilidad aborda estos problemas evaluando la sensibilidad de la solución ante la incertidumbre o los errores de estimación en los coeficientes del modelo que podrían ocurrir debido a la intervención humana (Ragsdale, 2007). La información que podemos obtener por medio del reporte de sensibilidad que brinda la metodología simplex es la siguiente:

El rango de valores que pueden asumir los coeficientes de la función objetivo sin cambiar la solución óptima.

El impacto en el valor óptimo de la función objetivo debido a aumentos o disminuciones en la disponibilidad de diversos recursos limitados.

El impacto en el valor óptimo de la función objetivo al forzar cambios en los valores de ciertas variables de decisión lejos de sus valores óptimos.

El impacto que los cambios en los coeficientes de las restricciones tendrán en la solución óptima del problema.

Costo Reducido y Rangos Permitidos de los Coeficientes de la Función Objetivo

En el cuadro 6 se muestra el costo reducido, el valor objetivo y los incrementos y decrementos permitidos para cada variable de decisión en el modelo. Esta información es parte del reporte de sensibilidad que brinda OpenSolver.

Cuadro 6

Costo reducido y rangos permitidos de los coeficientes de la función objetivo

Celda	Nombre	Costo reducido	Valor objetivo	Incremento permitido	Decremento permitido
C3	Cantidad a producir X1	0	12.3777104	1E+100	11.55567163
D3	Cantidad a producir X2	0	26.83582717	1E+100	25.14608079
E3	Cantidad a producir X3	0	5.43	1E+100	4.973311804
F3	Cantidad a producir X4	0	8.140476035	1E+100	6.698906364
G3	Cantidad a producir X5	0	16.24647225	1E+100	13.50352781
H3	Cantidad a producir X6	0	4.96	1E+100	3.436141995
I3	Cantidad a producir X7	0	7.15	1E+100	5.443321241
J3	Cantidad a producir X8	0	9.01	1E+100	7.306593526
K3	Cantidad a producir X9	0	7.202795594	1E+100	5.483027692
L3	Cantidad a producir X10	0	18.38075472	1E+100	15.10846904
M3	Cantidad a producir X11	0	31.49996196	1E+100	24.77359689
N3	Cantidad a producir X12	0	6.58	1E+100	4.762063527
O3	Cantidad a producir X13	0	18.7	1E+100	18.0540503
P3	Cantidad a producir X14	0	8.24	1E+100	7.077290518
Q3	Cantidad a producir X15	0	32.79	1E+100	31.61695532
R3	Cantidad a producir X16	0	31.09774505	1E+100	22.76195612
S3	Cantidad a producir X17	0	18.01518578	1E+100	9.414167198
T3	Cantidad a producir X18	0	35.0687828	1E+100	27.92382086
U3	Cantidad a producir X19	0	26.46	1E+100	19.08769836

Celda	Nombre	Costo reducido	Valor objetivo	Incremento permitido	Decremento permitido
V3	Cantidad a producir X20	0	-9.62	22.87688815	1E+100
W3	Cantidad a producir X21	0	33.16	1E+100	23.01664734
X3	Cantidad a producir X22	0	23.07	1E+100	17.48445341
Y3	Cantidad a producir X23	0	32.19	1E+100	22.13601609
Z3	Cantidad a producir X24	0	29.18867639	1E+100	20.35425571
AA3	Cantidad a producir X25	0	22.25	1E+100	13.13448412
AB3	Cantidad a producir X26	0	29.27333333	1E+100	20.15781745
AC3	Cantidad a producir X27	0	24.53811881	1E+100	11.69003372
AD3	Cantidad a producir X28	0	16.22924855	1E+100	2.972360742
AE3	Cantidad a producir X29	0	25.55394137	1E+100	14.18496171
AF3	Cantidad a producir X30	0	21.68	1E+100	9.949280079
AG3	Cantidad a producir X31	0	11.92099117	1E+100	0.277005398
AH3	Cantidad a producir X32	0	6.38	5.63447656	1E+100
AI3	Cantidad a producir X33	0	40.61378774	1E+100	26.37067431
AJ3	Cantidad a producir X34	0	6.620935169	1E+100	3.252438889
AK3	Cantidad a producir X35	0	8.521708047	1E+100	6.833899147
AL3	Cantidad a producir X36	0	82.62867561	1E+100	68.54663481
AM3	Cantidad a producir X37	0	22.90339464	1E+100	19.57299204
AN3	Cantidad a producir X38	0	9.55	1E+100	7.881278206
AO3	Cantidad a producir X39	0	389.28	1E+100	318.8697955
AP3	Cantidad a producir X40	0	85.3397467	1E+100	71.09663327
AQ3	Cantidad a producir X41	0	10.9311424	1E+100	7.562646117
AR3	Cantidad a producir X42	0	6.26	1E+100	4.5721911
AS3	Cantidad a producir X43	0	393.08	1E+100	321.8644324
AT3	Cantidad a producir X44	0	73.89342702	1E+100	59.65031359
AU3	Cantidad a producir X45	0	13.33718394	1E+100	9.968687659

Celda	Nombre	Costo reducido	Valor objetivo	Incremento permitido	Decremento permitido
AV3	Cantidad a producir X46	0	7.58	1E+100	5.8921911
AW3	Cantidad a producir X47	0	336.86	1E+100	265.6444324
AX3	Cantidad a producir X48	0	84.8523402	1E+100	70.60922677
AY3	Cantidad a producir X49	0	16.1250204 4	1E+100	12.75652416
AZ3	Cantidad a producir X50	0	8.39	1E+100	6.7021911
BA3	Cantidad a producir X51	0	387.72	1E+100	316.5044324
BB3	Cantidad a producir X52	0	78.0434888 7	1E+100	63.80037544
BC3	Cantidad a producir X53	0	14.4643651 3	1E+100	11.09586885
BD3	Cantidad a producir X54	0	8.15046078 1	1E+100	6.462651881
BE3	Cantidad a producir X55	0	386.92	1E+100	315.7044324
BF3	Cantidad a producir X56	0	65.6851810 1	1E+100	51.44206759
BG3	Cantidad a producir X57	0	19.0317131 7	1E+100	15.66321689
BH3	Cantidad a producir X58	0	8.20965268 5	1E+100	6.521843785
BI3	Cantidad a producir X59	0	305.45	1E+100	234.2344324
BJ3	Cantidad a producir X60	0	3.63211336 6	1E+100	3.368692403
BK3	Cantidad a producir X61	0	19.22	1E+100	18.42271252
BL3	Cantidad a producir X62	0	1.91927936 4	1E+100	1.655858401
BM3	Cantidad a producir X63	0	13.77	1E+100	12.97271252
BN3	Cantidad a producir X64	0	3.89509447 2	1E+100	3.631673508
BO3	Cantidad a producir X65	0	17.21	1E+100	16.41271252
BP3	Cantidad a producir X66	0	19.9	1E+100	19.63657904
BQ3	Cantidad a producir X67	0	5.44757075 4	1E+100	5.16806707
BR3	Cantidad a producir X68	0	19.13	1E+100	18.28403548
BS3	Cantidad a producir X69	0	8.82	1E+100	8.540496316
BT3	Cantidad a producir X70	0	6.93	1E+100	5.06533674
BU3	Cantidad a producir X71	0	40.84	1E+100	35.19628578

Celda	Nombre	Costo reducido	Valor objetivo	Incremento permitido	Decremento permitido
BV3	Cantidad a producir X72	0	18.54	38.1366972	1E+100
BW3	Cantidad a producir X73	0	15.58	9.869330325	1E+100
BX3	Cantidad a producir X74	0	11.19770524	0.266388573	1.584371996
BY3	Cantidad a producir X75	0	28.84	4.753115987	1E+100

En el reporte de sensibilidad de la resolución del modelo, se observa que todas las variables de decisión tienen un costo reducido de 0. El costo reducido para cada variable representa la cantidad por unidad que el producto contribuye a las ganancias, menos el valor por unidad de los recursos que consume. Esto quiere decir que el costo reducido de una variable es la cantidad que el coeficiente objetivo de la variable tendría que mejorar para que resulte rentable asignarle un valor positivo en la solución óptima. Un costo reducido de 0 significa que no sería rentable asignar un valor positivo a esa variable en la solución óptima, ya que no mejoraría la función objetivo considerando todas las restricciones. Un costo reducido de 0 también implica que no habrá cambios en la función objetivo si se incrementa o disminuye cualquiera de las variables de decisión dentro de su rango permisible.

Los valores que se encuentran en las columnas "Allowable increase" (Incremento permitido) y "Allowable decrease" (Decremento permitido) en el cuadro 6 del reporte de sensibilidad indican los rangos en los que los coeficientes de la función objetivo pueden aumentar y disminuir respectivamente, sin cambiar la solución óptima encontrada. En estos rangos se puede observar que existen variables que tienen un incremento permitido infinito, lo cual significa que el valor óptimo a producir ya cumple con la restricción máxima de demanda. Esto significa que, independientemente de cuanto aumente el coeficiente de cada una de estas variables en la función objetivo, la solución seguirá siendo la misma siempre y cuando las restricciones de demanda sigan exactamente igual. En el caso de las variables que tienen un incremento permitido mayor a 0, habrá un cambio en la solución óptima si el valor del coeficiente de la función objetivo supera el incremento permitido indicado.

En el caso de las variables con una disminución permitida de infinito, esto significa que no importa cuánto disminuyan las utilidades brutas unitarias, la solución seguirá siendo la misma. El disminuir el valor de alguno de estos coeficientes representaría una disminución en el valor de la función objetivo, sin embargo, esta disminución es debido a las restricciones de demanda mínima con las que debe cumplir la planta. El resto de las variables con una disminución permitida finita, representan la cantidad en lempiras que pueden disminuir las utilidades netas sobre costos variables de cada producto.

Estos valores permiten evaluar la sensibilidad de la solución óptima con respecto a cambios en los costos de producción de cada tipo de producto, siendo las variables con una disminución permitida relativamente pequeña o cercana a cero las de mayor riesgo. En el siguiente cuadro se enlistan los productos con una disminución permitida menor a cinco lempiras (<L.5.00), en orden ascendente, lo cual indica que son variables con mayor riesgo de cambiar la solución óptima, por un cambio en sus coeficientes.

Cabe mencionar que la interpretación de cada uno de los aumentos o disminuciones del coeficiente de cada variable asume que el resto de los coeficientes se mantienen constantes. Si se desea conocer el cambio en el valor de la función objetivo cambiando dos o más coeficientes es necesario reformular el modelo y resolverlo nuevamente.

Cuadro 7

Variables de decisión con una disminución permitida menor a cinco lempiras

Variable	Producto	Presentación	Unidades	Disminución permitida (L)
X31	Queso procesado	440	Gramos	0.277005398
X74	Mantequilla crema	440	Gramos	1.584371996
X62	Yogur batido de fresa	150	Gramos	1.655858401
X28	Queso cheddar	50	Libras	2.972360742
X34	Helado de choco chips	473	Mililitros	3.252438889
X60	Yogur batido de durazno	150	Gramos	3.368692403
X6	Leche sabor chocolate (Tambo)	1	Litros	3.436141995
X64	Yogur batido de mango	150	Gramos	3.631673508
X42	Helado de durazno	237	Mililitros	4.5721911
X12	Leche semidescremada	40	Litros	4.762063527
X3	Leche descremada (Tambo)	1	Litros	4.973311804

El conocer los rangos de disminución y aumentos permitidos es de utilidad para la planeación de producción de la planta cuando las utilidades de un producto en específico cambian por alguna razón de mercado o de producción. El gerente sabrá que, si el cambio está dentro del rango permitido, el plan de producción óptimo seguirá siendo el mismo y no será necesario realizar ajustes en la asignación de recursos. Estos rangos permitidos brindan flexibilidad al gerente, indicándole hasta qué punto puede cambiar el valor de las utilidades sin afectar la solución óptima del problema. Sin embargo, es importante tener en cuenta que, si los cambios en las utilidades superan los rangos permitidos, será necesario reevaluar y ajustar el plan de producción para adaptarse a la nueva situación.

Precios Sombra y Rangos Permisibles de los Coeficientes de Restricciones

Todas las restricciones que son vinculantes evitan que la planta alcance un mayor nivel de utilidades en la función objetivo, por ello, es importante conocer en qué medida ésta puede mejorar, o empeorar, al incrementar, o reducir, la disponibilidad de los recursos disponibles. Esta información se puede obtener por medio de los precios sombra, que son una herramienta importante para evaluar cómo afecta la disponibilidad de recursos a la función objetivo de la planta.

El precio sombra de una restricción indica la cantidad en la que el valor de la función objetivo cambiará, por el aumento de una unidad en la cantidad disponible del recurso, *ceteris paribus*. Un precio sombra positivo significa que el incremento de una unidad en el valor del RHS de la restricción, aumentará el valor de la función objetivo y viceversa con precios sombra negativos.

Cabe mencionar que los precios sombra solo son aplicables si el incremento o disminución en el valor del RHS se encuentra dentro del rango permitido en el reporte de sensibilidad. Las restricciones que no tienen precio sombra son las que no son vinculantes, lo que significa que su disponibilidad no afecta el valor de la función objetivo. En el cuadro 8, se muestra el precio sombra y los rangos permitidos para cada una de las restricciones. En la columna "Incremento permitido" se indica el rango en el cual se puede aumentar la cantidad disponible del recurso, mientras que en la

columna "Disminución permitida" se indica el rango en el cual se puede reducir la cantidad disponible del recurso. Es importante tener en cuenta estos rangos al realizar ajustes en la disponibilidad de los recursos, ya que salirse de ellos puede afectar la solución óptima encontrada.

Cuadro 8

Precios sombra y rangos permitidos de las restricciones

Celda	Nombre	Precio sombra	Incremento permitido	Disminución permitida
BZ157<=CB1 57	Materia prima leche Utilizado LHS	88.163751	297.8212902	2037.637926
BZ7<=CB7	X1 Utilizado LHS	11.555672	218536.8861	2341.383333
BZ8<=CB8	X2 Utilizado LHS	25.146081	106315.2419	1159.025
BZ9<=CB9	X3 Utilizado LHS	4.9733118	393366.395	11.08333333
BZ10<=CB10	X4 Utilizado LHS	6.6989063	124618.1842	6064.508333
BZ11<=CB11	X5 Utilizado LHS	13.503528	65493.77905	1822.216667
BZ12<=CB12	X6 Utilizado LHS	3.4361419	117888.8023	830.6666667
BZ13<=CB13	X7 Utilizado LHS	5.4433212	105260.4624	291.8416667
BZ14<=CB14	X8 Utilizado LHS	7.3065935	105462.6704	11.66666667
BZ15<=CB15	X9 Utilizado LHS	5.4830276	104459.3257	10501.10833
BZ16<=CB16	X10 Utilizado LHS	15.108469	54899.17896	2473.333333
BZ17<=CB17	X11 Utilizado LHS	24.773597	26707.70868	2668.05
BZ18<=CB18	X12 Utilizado LHS	4.7620635	98818.52213	1427.416667
BZ19<=CB19	X13 Utilizado LHS	18.05405	278111.114	29.16666667
BZ20<=CB20	X14 Utilizado LHS	7.0772905	154506.1745	39.08333333
BZ21<=CB21	X15 Utilizado LHS	31.616955	153144.8866	97.24166667
BZ22<=CB22	X16 Utilizado LHS	22.761956	21551.14536	2909.491667
BZ23<=CB23	X17 Utilizado LHS	9.4141671	20886.5726	361.0833333
BZ24<=CB24	X18 Utilizado LHS	27.923821	25143.00292	2058.816667
BZ25<=CB25	X19 Utilizado LHS	19.087698	24367.66803	187.1333333
BZ26<=CB26	X20 Utilizado LHS	0	1E+100	4735.558333
BZ27<=CB27	X21 Utilizado LHS	23.016647	17710.69244	38.61666667
BZ28<=CB28	X22 Utilizado LHS	17.484453	32162.61748	11.66666667
BZ29<=CB29	X23 Utilizado LHS	22.136016	17868.12082	23.33333333
BZ30<=CB30	X24 Utilizado LHS	20.354256	20334.75716	2864.633333
BZ31<=CB31	X25 Utilizado LHS	13.134484	19707.69416	463.575
BZ32<=CB32	X26 Utilizado LHS	20.157817	19707.69416	2880.477845
BZ33<=CB33	X27 Utilizado LHS	11.690034	13982.30151	1525.941667
BZ34<=CB34	X28 Utilizado LHS	2.9723606	13551.12922	401.3333333
BZ35<=CB35	X29 Utilizado LHS	14.184962	15801.40038	89.54166667
BZ36<=CB36	X30 Utilizado LHS	9.9492799	15314.13253	30.8
BZ37<=CB37	X31 Utilizado LHS	0.27700523	15428.205	508.4916667
BZ38<=CB38	X32 Utilizado LHS	0	1E+100	37.1
BZ39<=CB39	X33 Utilizado LHS	26.370674	12612.81816	63.75833333
BZ40<=CB40	X34 Utilizado LHS	3.2524388	53331.15503	101.675
BZ41<=CB41	X35 Utilizado LHS	6.8338991	106437.2841	195.0083333
BZ42<=CB42	X36 Utilizado LHS	68.546635	12757.08559	69.59166667
BZ43<=CB43	X37 Utilizado LHS	19.572992	53941.16527	111.0083333
BZ44<=CB44	X38 Utilizado LHS	7.8812781	107654.7307	157.5
BZ45<=CB45	X39 Utilizado LHS	318.8698	2551.417117	1.925

Celda	Nombre	Precio sombra	Incremento permitido	Disminución permitida
BZ46<=CB46	X40 Utilizado LHS	71.096633	12612.81816	52.96666667
BZ47<=CB47	X41 Utilizado LHS	7.562646	53331.15503	72.50833333
BZ48<=CB48	X42 Utilizado LHS	4.572191	106437.2841	87.5
BZ49<=CB49	X43 Utilizado LHS	321.86443	2522.563633	1.925
BZ50<=CB50	X44 Utilizado LHS	59.650313	12612.81816	64.34166667
BZ51<=CB51	X45 Utilizado LHS	9.9686876	53331.15503	107.5083333
BZ52<=CB52	X46 Utilizado LHS	5.892191	106437.2841	169.1666667
BZ53<=CB53	X47 Utilizado LHS	265.64443	2522.563633	1.925
BZ54<=CB54	X48 Utilizado LHS	70.609227	12612.81816	53.84166667
BZ55<=CB55	X49 Utilizado LHS	12.756524	53331.15503	71.34166667
BZ56<=CB56	X50 Utilizado LHS	6.702191	106437.2841	105
BZ57<=CB57	X51 Utilizado LHS	316.50443	2522.563633	1.925
BZ58<=CB58	X52 Utilizado LHS	63.800375	12612.81816	55.00833333
BZ59<=CB59	X53 Utilizado LHS	11.095869	53331.15503	92.34166667
BZ60<=CB60	X54 Utilizado LHS	6.4626518	106437.2841	165.8416667
BZ61<=CB61	X55 Utilizado LHS	315.70443	2522.563633	1.925
BZ62<=CB62	X56 Utilizado LHS	51.442067	12612.81816	72.50833333
BZ63<=CB63	X57 Utilizado LHS	15.663217	53331.15503	119.175
BZ64<=CB64	X58 Utilizado LHS	6.5218437	106437.2841	218.3416667
BZ65<=CB65	X59 Utilizado LHS	234.23443	2522.563633	1.925
BZ66<=CB66	X60 Utilizado LHS	3.3686924	681972.2428	250.075
BZ67<=CB67	X61 Utilizado LHS	18.422712	225321.2256	154
BZ68<=CB68	X62 Utilizado LHS	1.6558584	681972.2428	308.4083333
BZ69<=CB69	X63 Utilizado LHS	12.972712	225321.2256	199.85
BZ70<=CB70	X64 Utilizado LHS	3.6316735	681972.2428	250.075
BZ71<=CB71	X65 Utilizado LHS	16.412712	225321.2256	178.2083333
BZ72<=CB72	X66 Utilizado LHS	19.636579	681972.2428	59.03333333
BZ73<=CB73	X67 Utilizado LHS	5.168067	642731.3702	1271.725
BZ74<=CB74	X68 Utilizado LHS	18.284035	212356.1796	19.71666667
BZ75<=CB75	X69 Utilizado LHS	8.5404963	642731.3702	40.83333333
BZ76<=CB76	X70 Utilizado LHS	5.0653367	96342.21874	15.4
BZ77<=CB77	X71 Utilizado LHS	35.196286	31831.12954	13.24166667
BZ78<=CB78	X72 Utilizado LHS	0	1E+100	50.05
BZ79<=CB79	X73 Utilizado LHS	0	1E+100	1068.2
BZ80<=CB80	X74 Utilizado LHS	0	1E+100	2344.859185
BZ81<=CB81	X75 Utilizado LHS	0	1E+100	2251.841667
BZ82>=CB82	X1 Utilizado LHS	0	2341.383333	1E+100
BZ83>=CB83	X2 Utilizado LHS	0	1159.025	1E+100
BZ84>=CB84	X3 Utilizado LHS	0	11.08333333	1E+100
BZ85>=CB85	X4 Utilizado LHS	0	6064.508333	1E+100
BZ86>=CB86	X5 Utilizado LHS	0	1822.216667	1E+100
BZ87>=CB87	X6 Utilizado LHS	0	830.6666667	1E+100
BZ88>=CB88	X7 Utilizado LHS	0	291.8416667	1E+100
BZ89>=CB89	X8 Utilizado LHS	0	11.66666667	1E+100
BZ90>=CB90	X9 Utilizado LHS	0	10501.10833	1E+100
BZ91>=CB91	X10 Utilizado LHS	0	2473.333333	1E+100
BZ92>=CB92	X11 Utilizado LHS	0	2668.05	1E+100
BZ93>=CB93	X12 Utilizado LHS	0	1427.416667	1E+100
BZ94>=CB94	X13 Utilizado LHS	0	29.16666667	1E+100
BZ95>=CB95	X14 Utilizado LHS	0	39.08333333	1E+100
BZ96>=CB96	X15 Utilizado LHS	0	97.24166667	1E+100
BZ97>=CB97	X16 Utilizado LHS	0	2909.491667	1E+100
BZ98>=CB98	X17 Utilizado LHS	0	361.0833333	1E+100

Celda	Nombre	Precio sombra	Incremento permitido	Disminución permitida
BZ99>=CB99	X18 Utilizado LHS	0	2058.816667	1E+100
BZ100>=CB1 00	X19 Utilizado LHS	0	187.1333333	1E+100
BZ101>=CB1 01	X20 Utilizado LHS	-22.876888	4735.558333	1980.633917
BZ102>=CB1 02	X21 Utilizado LHS	0	38.61666667	1E+100
BZ103>=CB1 03	X22 Utilizado LHS	0	11.66666667	1E+100
BZ104>=CB1 04	X23 Utilizado LHS	0	23.33333333	1E+100
BZ105>=CB1 05	X24 Utilizado LHS	0	2864.633333	1E+100
BZ106>=CB1 06	X25 Utilizado LHS	0	463.575	1E+100
BZ107>=CB1 07	X26 Utilizado LHS	0	3895.325	1E+100
BZ108>=CB1 08	X27 Utilizado LHS	0	1525.941667	1E+100
BZ109>=CB1 09	X28 Utilizado LHS	0	401.3333333	1E+100
BZ110>=CB1 10	X29 Utilizado LHS	0	89.54166667	1E+100
BZ111>=CB1 11	X30 Utilizado LHS	0	30.8	1E+100
BZ112>=CB1 12	X31 Utilizado LHS	0	508.4916667	1E+100
BZ113>=CB1 13	X32 Utilizado LHS	-5.6344764	37.1	15.9
BZ114>=CB1 14	X33 Utilizado LHS	0	63.75833333	1E+100
BZ115>=CB1 15	X34 Utilizado LHS	0	101.675	1E+100
BZ116>=CB1 16	X35 Utilizado LHS	0	195.0083333	1E+100
BZ117>=CB1 17	X36 Utilizado LHS	0	69.59166667	1E+100
BZ118>=CB1 18	X37 Utilizado LHS	0	111.0083333	1E+100
BZ119>=CB1 19	X38 Utilizado LHS	0	157.5	1E+100
BZ120>=CB1 20	X39 Utilizado LHS	0	1.925	1E+100
BZ121>=CB1 21	X40 Utilizado LHS	0	52.96666667	1E+100
BZ122>=CB1 22	X41 Utilizado LHS	0	72.50833333	1E+100
BZ123>=CB1 23	X42 Utilizado LHS	0	87.5	1E+100
BZ124>=CB1 24	X43 Utilizado LHS	0	1.925	1E+100
BZ125>=CB1 25	X44 Utilizado LHS	0	64.34166667	1E+100

Celda	Nombre	Precio sombra	Incremento permitido	Disminución permitida
BZ126>=CB1 26	X45 Utilizado LHS	0	107.5083333	1E+100
BZ127>=CB1 27	X46 Utilizado LHS	0	169.1666667	1E+100
BZ128>=CB1 28	X47 Utilizado LHS	0	1.925	1E+100
BZ129>=CB1 29	X48 Utilizado LHS	0	53.84166667	1E+100
BZ130>=CB1 30	X49 Utilizado LHS	0	71.34166667	1E+100
BZ131>=CB1 31	X50 Utilizado LHS	0	105	1E+100
BZ132>=CB1 32	X51 Utilizado LHS	0	1.925	1E+100
BZ133>=CB1 33	X52 Utilizado LHS	0	55.00833333	1E+100
BZ134>=CB1 34	X53 Utilizado LHS	0	92.34166667	1E+100
BZ135>=CB1 35	X54 Utilizado LHS	0	165.8416667	1E+100
BZ136>=CB1 36	X55 Utilizado LHS	0	1.925	1E+100
BZ137>=CB1 37	X56 Utilizado LHS	0	72.50833333	1E+100
BZ138>=CB1 38	X57 Utilizado LHS	0	119.175	1E+100
BZ139>=CB1 39	X58 Utilizado LHS	0	218.3416667	1E+100
BZ140>=CB1 40	X59 Utilizado LHS	0	1.925	1E+100
BZ141>=CB1 41	X60 Utilizado LHS	0	250.075	1E+100
BZ142>=CB1 42	X61 Utilizado LHS	0	154	1E+100
BZ143>=CB1 43	X62 Utilizado LHS	0	308.4083333	1E+100
BZ144>=CB1 44	X63 Utilizado LHS	0	199.85	1E+100
BZ145>=CB1 45	X64 Utilizado LHS	0	250.075	1E+100
BZ146>=CB1 46	X65 Utilizado LHS	0	178.2083333	1E+100
BZ147>=CB1 47	X66 Utilizado LHS	0	59.03333333	1E+100
BZ148>=CB1 48	X67 Utilizado LHS	0	1271.725	1E+100
BZ149>=CB1 49	X68 Utilizado LHS	0	19.71666667	1E+100
BZ150>=CB1 50	X69 Utilizado LHS	0	40.83333333	1E+100
BZ151>=CB1 51	X70 Utilizado LHS	0	15.4	1E+100

Celda	Nombre	Precio sombra	Incremento permitido	Disminución permitida
BZ152>=CB1 52	X71 Utilizado LHS	0	13.24166667	1E+100
BZ153>=CB1 53	X72 Utilizado LHS	-38.136697	50.05	21.45
BZ154>=CB1 54	X73 Utilizado LHS	-9.8693301	1068.2	457.8
BZ155>=CB1 55	X74 Utilizado LHS	0	16043.09082	1E+100
BZ156>=CB1 56	X75 Utilizado LHS	-4.7531157	2251.841667	781.6197282

Como se puede observar en el Cuadro 8, algunas variables tienen un precio sombra negativo, otras positivo y otras un precio sombra de 0. Si el objetivo es mejorar la función objetivo, el enfoque debe estar en incrementar el valor del RHS de aquellas restricciones con precios sombra positivos y disminuirlo en aquellas con un precio sombra negativo. Al analizar los precios sombra, se pudo identificar aquellas restricciones que tienen un impacto significativo en la función objetivo, en este caso, se determinó que las restricciones que limitan la cantidad máxima a producir de los helados sabor chocolate, durazno, fresa, mango, ron con pasas y vainilla en presentaciones de 10 litros, tienen precios sombra positivos más altos. Esto quiere decir que, si se aumenta la cantidad de demanda máxima permitida para cada uno de estos productos, se obtendrá un aumento en el valor de la función objetivo, lo que permitiría a la planta obtener un mayor nivel de utilidades netas sobre costos variables.

Es importante tomar en cuenta que el incremento en la función objetivo solo se producirá si el aumento en la demanda se encuentra dentro del rango permitido, el cual se indica en la columna "Incremento permitido" del cuadro 8. Este rango representa la flexibilidad que se tiene para ajustar la demanda máxima de cada producto sin afectar la solución óptima encontrada. Además de estas restricciones, también se observa que la restricción relacionada con la materia prima leche utilizada tiene un precio sombra positivo, lo que indica que aumentar la cantidad de materia prima disponible puede tener un impacto positivo en la función objetivo.

Cuadro 9*Restricciones con precio sombra positivos*

Celda	Nombre	Precio sombra	Incremento permitido	Decremento permitido
BZ49<=CB49	Helado de durazno	321.86443	2522.563633	1.925
BZ45<=CB45	Helado de chocolate	318.8698	2551.417117	1.925
BZ57<=CB57	Helado de mango	316.50443	2522.563633	1.925
BZ61<=CB61	Helado de ron con pasas	315.70443	2522.563633	1.925
BZ53<=CB53	Helado de fresa	265.64443	2522.563633	1.925
BZ65<=CB65	Helado de vainilla	234.23443	2522.563633	1.925
BZ157<=CB157	Materia prima leche Utilizado LHS	88.163751	297.8212902	2037.637926

El Cuadro 9, se muestra el precio sombra de la restricción de la cantidad de materia prima (expresada en kilogramos de grasa), es de 88.163751. Esto significa que por cada kilogramo adicional de grasa disponible (equivalente a 25 kilogramos de leche entera considerando un porcentaje de grasa del 4%) en la disponibilidad de este recurso, habrá un incremento de 88.2 lempiras en la función objetivo, siempre y cuando, el incremento se de en un rango de 0 a 297.8 kilogramos. De igual manera, se interpreta el precio sombra del resto de las restricciones. Las restricciones de demanda mencionadas y la de materia prima son las que mayor contribución tendrían para mejorar las utilidades de la planta si se enfatiza en incrementar el valor RHS de estas.

Por otra parte, hay restricciones con precios sombra negativos, por lo cual un incremento en el valor del RHS de la restricción, disminuiría el valor de la función objetivo, disminuyendo así el nivel de utilidades netas sobre costos variables que obtiene la planta. En el Cuadro 10 se enlistan las restricciones que tienen un precio sombra negativo.

Cuadro 10*Restricciones con un precio sombra negativo*

Celda	Nombre	Precio sombra	Incremento permitido	Decremento permitido
BZ156>=CB156	X75 Utilizado LHS	-4.7531157	2251.841667	781.6197282
BZ113>=CB113	X32 Utilizado LHS	-5.6344764	37.1	15.9
BZ154>=CB154	X73 Utilizado LHS	-9.8693301	1068.2	457.8
BZ101>=CB101	X20 Utilizado LHS	-22.876888	4735.558333	1980.633917
BZ153>=CB153	X72 Utilizado LHS	-38.136697	50.05	21.45

Estas restricciones que tienen un precio sombra negativo son restricciones de demanda mínima para los siguientes productos respectivamente:

Mantequilla 3 pack 440 gramos

Queso procesado a granel

Crema acida a granel

Queso Semiseco por libra

Mantequilla amarilla a granel

Estas variables son vinculantes, por lo que se conoce que están siendo satisfechas como una igualdad. Al ser restricciones de demanda mínima, si se incrementa una unidad el valor del RHS de la restricción, el valor de la función objetivo disminuirá en la medida del precio sombra respectivo para cada uno de estos productos. Con base en esta información, las restricciones de demanda mínima de estos productos están impidiendo que se alcance un mayor nivel de utilidades netas sobre costos variables de la planta de lácteos.

Al realizar la solución de un nuevo modelo en el cual solamente se consideraron como restricciones las demandas máximas de cada producto y la restricción de materia prima. Esto con el fin de demostrar que el valor de la función objetivo se puede mejorar si hay una disminución en el valor de las restricciones de demanda mínima para los productos antes mencionados. En este nuevo escenario se obtuvo un valor de la función objetivo de 1,586,345.41 lempiras, el cual al compararlo con el valor de la función objetivo del primer escenario representa un incremento de 49,915.80 lempiras, sin embargo, para alcanzar este nuevo nivel óptimo de utilidades, el modelo asume valores de 0 en algunas de las variables de decisión, lo que implica que ciertos productos deben dejar de producirse. En el cuadro 11 se muestran los productos que deben dejar de producirse para alcanzar este nuevo nivel óptimo de utilidades.

Cuadro 11

Variables de decisión con valor óptimo de 0 en el escenario 2

Celda	Nombre	Valor original	Valor final
\$V\$3	Queso Semiseco	0	0
\$AH\$3	Queso procesado a granel	0	0
\$BV\$3	Mantequilla amarilla a granel	0	0
\$BW\$3	Crema ácida a granel	0	0

Conclusiones

Se identificaron en la planta de lácteos de Zamorano 75 productos como variables de decisión del modelo de programación lineal. Se llegó a la conclusión de que los dos factores que mayor nivel de influencia tienen en la producción de la planta son la demanda y la cantidad de materia prima que se utiliza, en este caso la leche. La restricción de materia prima se expresó en kilogramos de grasa, esto debido a que la grasa es el componente más importante de la leche, ya que, es el factor clave para la estandarización que se necesita para cada una de las formulaciones de los productos.

Se formuló un modelo de programación lineal, en el cual se estableció como función objetivo la maximización de las utilidades netas sobre costos variables de 75 productos que se producen en la planta de lácteos de Zamorano. Estos productos se dividen en seis líneas de producción distintas, siendo estas: leches fluidas, quesos frescos, quesos madurados, helados, yogures y crema. Además, se incluyeron restricciones de demanda máxima y mínimas considerando un fill rate del 30%, basado en las proyecciones de demanda de ventas internas y externas.

El modelo de programación lineal formulado se resolvió por medio del complemento OpenSolver de Excel, y se determinaron las cantidades óptimas a producir de cada una de las variables de decisión para maximizar las utilidades de la planta de lácteos. Con la resolución del modelo se obtuvo un valor de la función objetivo de 1,536,429.61 lempiras mensuales, lo que representa una utilidad neta sobre costos variables anual de 18,437,155.38 lempiras.

La aplicación del modelo de programación lineal proporcionó una visión clara sobre cómo maximizar las utilidades netas sobre los costos variables, considerando la demanda y la materia prima, brindando una guía para la toma de decisiones estratégicas en la producción de la planta de lácteos de Zamorano, contribuyendo a su rentabilidad y eficiencia operativa.

Recomendaciones

Se recomienda utilizar la combinación óptima de producción de las variables de decisión para elaborar un plan de producción mensual en la planta de lácteos, ya que este periodo fue el que se tuvo en cuenta al plantear el modelo. Para lograrlo, resulta igualmente importante considerar el volumen de tandas mínimas requerido para cada producto, los plazos de entrega según el tipo de producto y las solicitudes de los clientes. Además, es fundamental tener en cuenta los tiempos de maduración de ciertos quesos, como el caso del queso cheddar que necesita un período de maduración de tres meses, por lo cual, su producción se debe planear tres meses previo a su tiempo de entrega estimada.

El modelo planteado toma en cuenta los dos factores que se consideraron más importantes, la materia prima y la demanda. Por lo cual, este modelo puede ser utilizado como base para agregar más restricciones que pueden influir en el proceso de producción de la planta de lácteos como la mano de obra, horas máquina disponibles e insumos utilizados en la formulación de los distintos productos.

El monitoreo constante de los indicadores clave de rendimiento, como las utilidades netas sobre costos variables, la eficiencia en el uso de la materia prima y la capacidad de cumplir con la demanda del mercado, proporcionará información valiosa para realizar ajustes y mejoras en el proceso de producción.

Enfatizar los esfuerzos de la planta en la promoción y mercadeo de aquellos productos que tienen un precio sombra positivo, ya que, un aumento en la producción de estos mejoraría el valor de la función objetivo. Por lo cual un aumento en la cantidad demandada justificaría un aumento en la producción de estos productos.

Al ser la leche un factor que está limitando que la planta de lácteos alcance un mayor nivel de utilidades netas sobre costos variables, se recomienda que se incremente la disponibilidad de este recurso y modificar el modelo planteado con el nuevo valor de esta restricción para obtener la nueva combinación óptima a producir para maximizar las utilidades. Esto implica evaluar la viabilidad de

aumentar la disponibilidad de leche, ya sea a través de acuerdos con proveedores de la zona o incremento los procesos internos de producción de leche.

Realizar análisis de sensibilidad y escenarios para evaluar el impacto de posibles cambios en los supuestos del modelo, como variaciones en los precios de la materia prima o cambios en la demanda del mercado, lo que ayudará a la planta de lácteos a anticipar y prepararse para diferentes situaciones y tomar decisiones en función de los diferentes escenarios posibles.

Referencias

- Cámara Hondureña de la Leche. (2020). *Leche en cifras*. Cámara Hondureña de la Leche (CAHLE). http://assets.ctfassets.net/zg4fwo9e8dmk/4BMt0BcRRRmgqhOSv2Pxp3/12fe22e0792f0d1d5531101f4dbb8faf/Leche_en_cifras.pdf
- Comisión para la Defensa y Promoción de la Competencia. (2013). *Estudio sectorial: El mercado de leche y sus derivados en Honduras*. https://www.cdpc.hn/sites/default/files/Privado/estudios_mercado/estudio%20sectorial%20003.pdf
- International Dairy Federation. (2021). *The global impact of dairy*. <https://fil-idf.org/dairys-global-impact/>
- Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura. (2019). *Portal lácteo*. FAO. <https://www.fao.org/dairy-production-products/production/es/>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos y Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura. (2021). *OCDE-FAO Perspectivas Agrícolas 2021-2030*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/47a9fa44-es>
- Ragsdale, C. (2007). *Spreadsheet Modeling & Decision Analysis: A practical Introduction to Management Science* (5ª ed.). Thomson South-Western.